研究成果

橋本 要 (Kaname Hashimoto)
h-kaname@omu.ac.jp

(1) Calabi-Yau 多様体内の特殊ラグランジュ部分多様体

特殊ラグランジュ部分多様体は Calabi-Yau 多様体内で体積最小となる部分多様体として重要な対象である. Harvey と Lawson はキャリブレーションを利用してホモロジー体積最小性を持つ部分多様体を構成する方法を与え, ホモロジー類内で体積最小となる極小部分多様体の例を数多く構成した. 特に, 複素 n 次元 Calabi-Yau 多様体の場合, 複素体積形式の実部をとる n 次形式がキャリブレーションになり, これによってキャリブレートされる部分多様体を特殊ラグランジュ部分多様体という. これらは物理の観点からも特殊ラグランジュ部分多様体に興味が持たれている.

私は今までの研究で球面内の等質超曲面から構成できる球面 S^n の余接束 T^*S^n 内の余等質性 1 の特殊ラグランジュ部分多様体の構成・分類について一連の結果を得た (論文 [1], [2], [3]). 良い対称性を持った特殊ラグランジュ部分多様体になるための条件としての一階偏微分方程式を常微分方程式に帰着させるという手法である. 運動量写像の手法は D. Joyce らによって, 複素ユークリッド空間内において用いられているが, 平坦でない, つまりホロノミー群が特殊ユニタリー群と一致するような Calabi-Yau 多様体においても適用できることが分かった. さらに, この常微分方程式く解析することによって この部分多様体の幾何構造を詳しい考察を行った. これまでは, あまり具体例が知られていなかったが,　我々の手法が広い範囲で適用できることが分かった.

(2) 平均曲率零曲面の解析的延長性と大域的性質

非ユークリッド空間であるローレンツ空間内における極小曲面の対応物となる平均曲率零曲面の解析的延長の実現について加藤信氏（大阪公立大学）との共同研究を行った (論文 [4]). ユークリッド空間と違いこの部分多様体は計量が正定値計量を持つ時間的部分と, 不定値計量をもつ空間的部分があり, さらに退化となる部分が存在する. 解析的延長とはこの 3 つの部分を自然につなげられるかという問題である. 3 次元ローレンツ空間内のこの混合型曲面で, その空間的部分と時間的部分における平均曲率が恒等的に消えているものを平均曲率零曲面といい, それぞれの部分は空間的極大曲面および時間的極小曲面をなす. 退化部分となる光的直線分を境目とする型変化が起こりえる条件を明らかにした. 局所的にのみ構成されていたが, 新しく双複素数拡張という手法を導入し 3 次元ローレンツ空間内の型変化と特異点を許容する完備かつ解析的な平均曲率零曲面を大域的に構成することが可能となった.

さらに, その大域的性質について興味がもたれるが, これについて, 安藤直也氏（熊本大学）, 加藤信氏, 濱田航平氏（大阪府立茨木高校）らと end の正則性条件の確定および特異点集合の分析を通して, その大域的性質, 大域的構造を明らかにした（論文 [5]).