今後の研究計画

林 拓磨

1 保型表現への応用

論文 2 及びプレプリント 3, 4 は保型表現またはそのコホモロジーの整構造を与えることを目指して始めたことである．まずはその研究背景について述べたい．

コホモロジー誘導加群は既約本質的ユニタリ $(\mathfrak{g}, K)$ 加群であって非自明なコホモロジーを持つものであるという特徴づけを持つ (Vogan–Zuckerman)．この定理の帰結として, 保型表現論において**コホモロジー誘導加群はコホモロジー的尖点的保型表現の無限素点部分**として現れる．(有限素点部分と合わせて) このコホモロジーには保型 L 関数の特殊値が現れる．例えば古典的な 1 変数正則保型形式の場合, コホモロジーの自然な有理構造と特殊値の定める有理構造を比較することで**周期**と呼ばれるある複素数が得られる．これを用いて**保型 L 関数の特殊値を周期と代数的数 (及び円周率 π のべき乗) に分けられる**ことが知られている (特殊値の有理性)．例えば判別式関数 Δ の場合 $\frac{L(n,\Delta)}{(2\pi\sqrt{-1})^n\Omega^{(\pm1)^n}(\Delta)} \in \mathbb{Q}^\times$ $(1 \leq n \leq 12)$ が成り立つ ($L(s, \Delta)$ は Δ に付随する保型 L 関数, $\Omega^{\pm1}(\Delta)$ は周期)．より一般の保型 L 関数の特殊値の有理性を目指して, Raghuram–Shahidi 両氏らは GL_n の保型表現のコホモロジーの有理構造を用いた周期の定式化を提示した．また, 近年では Harder–Raghuram 両氏らはその整類似を提唱した．

私は Harder 氏らの手法を参考にして**我々の構成した整モデルを用いて GL_n のコホモロジー的尖点的保型表現の相対周期を与える**．また, GL_2 の場合に既存の結果と比較して**特殊値の整性を目指すうえでの定式化の妥当性を検討する**．Harder 氏らも表現の整モデルを構成するという過程を経ているものの, 我々の手法で構成したモデルは Harder 氏らが与えたものに比べて $(\mathfrak{g}, K)$ **コホモロジーの計算が非常に簡単であるのでコホモロジーの解析がしやすい**という利点がある．

2 軌道分解の研究

旗概型の K 商の表現可能性を証明して**算術構造込みで旗概型の軌道分解を実現**したい (論文 1, プレプリント 4 の一般化)．しかし一般に軌道間に**非自明な閉包関係があるので旗概型の K 商は表現可能でない**．SGA 3 では「標準位置の放物型部分群のモジュライ概型」を導入することで部分旗概型の放物型部分群商の表現可能性問題が解決された．実際このモジュライ概型はエタール局所的には概型として軌道の非交和になっている．私は B **と** $\theta(B)$ **が標準位置にある Borel 部分群** B **のモジュライ空間の** K **商の表現可能性を証明する** (θ は K に対応する対合)．そのためにはこのモジュライ空間がエタール局所的に閉包関係が自明になっていることを証明する．松木氏及び Richardson–Springer 両氏の標数 2 でない代数閉体上の場合の軌道分解の組み合わせ論的記述を持ち上げて**エタール局所的に軌道分解を与え**, 商の表現可能性を証明する．また, $\mathbb{C}$ 上の旗多様体の軌道の埋め込みがアファインであるという Beilinson–Bernstein 両氏の定理の証明をこのモジュライ空間の言葉で言い換えることで**各軌道のモデルの埋め込みがアファインであることを証明する**．