1　これまでの研究成果のまとめ　　　　平出耕一

（和文）
Newton による万有引力の発見以降，天体の運動などの自然現象は微分方程式を解くことで問題はすべて解決すると長く信じられていた．19 世紀後半の Poincare の仕事により様相が一変し，Birkhoff，Kolmogorov 等を経て，1960 年代後半から Smale，Sinai，Anosov 等を中心とする多くの数学者たちにより，双曲性の概念を基に微分可能力学系（多様体上の大域解析）の理論が急速に発達した．また計算機の発達により Julia, Fatou による 1920 年頃の複素力学系の研究が 1970 年代後半から盛んになった．さらに Ruelle，Oseledets, Pesin 等により双曲性より広い概念が導入されエルゴード理論が 1980 年代から盛んに研究された．2000 年以降は，これらの研究をもとにランダム力学系の研究，また計算機を利用する応用数学分野での研究が主題となっているように思われる．

本研究者は、上記の主題たちについて定性的および定量的研究を行ってきた．それらについて以下で述べる．

（定性的研究）　先ず，双曲型力学系がもつ次の２つの性質に着目した：(A) 拡大性, (B) 擬軌道追跡性.　(A) は力学系の初期値に対する鋭敏な依存性を意味し，(B) は計算機によるシミュレーションはある初期値に対する真の軌道を計算していることを意味する．これら２つの性質をもつコンパクト距離空間上の同相写像は，双曲型力学系と同じ様に Markov 分割をもち，さらに２次元の同相写像は，Anosov 微同相写像と同様，トーラス上の代数的例と位相共役であることを証明した．また，高次元のトーラス上でも代数的例と位相共役であることを示した．その証明では，一般葉層構造の概念を導入し，不動点指数を計算し，周期点の個数の数え上げを行った．そして Lefschetz の不動点定理を利用しモホトピークラスを決定し，共役写像を構成した．２次元の (A) の性質をもつ同相写像について，不変な２つの測度付き特異葉層構造を構成した．これにより，(A) をもつ同相写像は Thurston による pseudo-Anosov 写像と同一のものであることを証明した．また，1950 年代からの解決困難とされていた問題「２次元球面上に拡大的同相写像は存在するか？」に対し否定的解答を与えた．これにより数学会での特別講演，論説の執筆を依頼された．また，(A) と（B) の性質をもつ離散力学系にはついて上記の他に数多くの新しい結果証明し，それらはまとめて著書のとして 1994 年に出版された．この著書は高い評価をうけ，AMS の Bulletin などで book review され，現在数多くの論文で引用され続けている．　これらが 2000 年頃までの研究であり，その研究成果のためか岩波数学辞典４版の新項目「双曲力学系」の執筆を依頼された．2000 年以降も 1960 年代に Smale 等により提起された困難な問題の解決を目指して研究を継続している．

（定量的研究） 上記の研究に加え，力学系の定量的研究として，松岡千博氏と共同で計算機利用による実験数学的な研究を 2000 年前後から始めた．Ecalle 等によって展開された resurgent analysis と呼ばれる Borel-Lapalace 変換を用いた方法により、Henon 写像などの多項式で定義された力学系の安定（不安定）多様体を記述する漸近展開関数を求めた．この結果を利用して，位相的エントロピーやリャプノフ指数を具体的に計算することに成功した．ごく最近、極めてシンプルな方法を発見し、resurgent analysis を用いなくとも同様の漸近展開関数が得られることが分かった．新たな方法は極めて汎用性が高く、多項式より一般な解析関数の力学系に適用でき，また高次元力学系にも適用できると思われる．多くの現象の解明を目指してこの研究を継続している．