

# 今後の研究計画

石本宙

## 重さ半整数の newform とメタプレクティック群 $Mp(4)$ の local new vector

伊吹山予想の発展として newform について調べる。保型形式にはレベルという情報がある。そして、より小さいレベルの保型形式を newform と呼ぶ。次数 1 の場合は上田・山名による、志村五郎氏の結果における newform の研究がある。そこでこれに倣い、次数 2 の重さ半整数の保型形式についても伊吹山予想における newform の研究をしようと考えている。そして local new vector とは、保型表現の局所成分である局所体上の群の表現における、newform に対応するベクトルをいう。この課題では次数 2 の重さ半整数の newform や  $Mp(4)$  の表現の local new vector の存在と個数について調べる。

まず newform については、重さ整数のケースがよく知られているため、伊吹山予想のように重さ半整数の newform と重さ整数のそれらとの間の同型を構成することで結果を出す。これには上田・山名による次数 1 での先行研究がある。これを参考に予想を立て、私自身による伊吹山予想の証明 [Is2] の手法を応用して証明をする。一方 local new vector については Roberts-Schmidt による次数 1 の場合の先行研究を次数 2 に拡張する。Roberts-Schmidt の研究では Waldspurger の結果を用いて  $Mp(2)$  の local new vector の存在と個数を調べているので、Waldspurger の一般化である Gan-Savin や Gan-市野の研究を用いて進める予定である。最後に、newform と local new vector の研究結果を比較・考察する。

保型表現の分野には「GGP 予想」という保型表現や局所体上の表現とその L 関数に関する重要な予想がある。その L 関数の計算には newform が有用で、どれくらいレベルの小さな newform や local new vector が存在するか、という情報には大きな価値がある。

## 伊吹山同型とテータ対応

伊吹山同型とは、 $k$  が 3 以上の整数で  $j$  が非負の偶数のときにベクトル空間としての同型

$$S_{k-\frac{1}{2}j}^+(\Gamma_0(4), \psi) \cong S_{j+3, 2k-6}(\mathrm{Sp}(4, \mathbb{Z}))$$

であって L 関数を保つものがあるという主張である。大まかにいえば、左辺は重さ半整数の Siegel 保型形式の空間で、右辺は重さ整数の Siegel 保型形式の空間である。

一方、最近 van Hoften 氏によってこれに似た形の保型形式のリフティングが証明された。これら 2 つの間には、『テータ対応』によるカノニカルな整合性があることが期待される。これを解き明かしたい。