研究成果まとめ

甲斐　大貴

これまでの研究

概要

私の研究は Riemann 多様体上の確率過程の性質を調べることである．以下の図は，Euclid 空間上の Brown 運動と Poincaré 計量を入れた上半平面上の Brown 運動のサンプルパスをシミュレートしたものである．

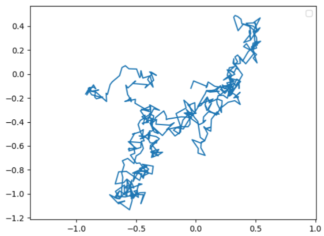

図 1　Euclid 空間上の Brown 運動

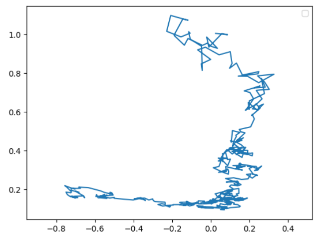

図 2　上半平面上の Brown 運動

このシミュレーションから，上半平面上の Brown 運動は Euclid 空間上の Brown 運動と比べて，無限遠点へ発散していく力をより強く受けていることが観察できる．このように，確率過程の性質は多様体の曲率によって変化する．これまでの研究では，Riemann 多様体上の確率過程が多様体の曲率からどのような影響を受けるのかを調べてきた．

研究内容

Lévy 過程は Euclid 空間上の重要な確率過程である．Applebaum は正規直交枠束上の確率微分方程式を解くことによって Lévy 過程を正規直交枠束，及び底空間の Riemann 多様体上に構成した．しかし，この確率過程の性質と多様体の曲率の関係については殆ど調べられていない．これまでの研究では, (1) Riemann 多様体上の Lévy 過程が確率密度関数（熱核）を持つための条件 (2)Riemann 多様体上の Lévy 過程の長時間挙動の２つについて研究してきた．

(1) に関して：

東京女子大学の竹内敦司教授との共同研究 Kai-Takeuchi(2021) にて Bismut 型部分積分公式を導くことで解決された．この問題を解決したことにより，Lévy 過程に対する確率密度関数（熱核）の存在が分かり，radial process をはじめとした，様々な計算を行うことができるようになった．

(2) に関して：

Kai(2024) にて，Cartan-Hadamard 多様体上の Lévy 過程が既約性を持つことを示し，さらに断面曲率が負の定数でピンチされていれば，Lévy 過程の動径方向 (radial process) の評価を行うことが出来ることを示した．この結果から，ジャンプ拡散過程が過渡的かつ保存的であることを明らかにした．