

最近の研究成果

金信 泰造

2024年1月1日

1 2本橋結び目・絡み目の2つの族の Jones 多項式と HOMFLYPT 多項式

無限個の両手型2本橋結び目からなる2つの族について、その結び目の Jones 多項式、または、HOMFLYPT 多項式に、ある関係式を見出した。この式は、この族に属する2本橋結び目が、8の字結び目と別の2本橋結び目との合成結び目の Jones 多項式、または、HOMFLYPT 多項式が一致することを示すものである。

2 2次元リボン結び目の群の間のメリディアンを保つ全射準同型

2次元結び目とは4次元空間内の球面の埋め込みである。とくに、リボン特異点集合のみをもつ3次元球面のはめ込みである3次元リボン球体の境界となっているような2次元結び目を2次元リボン結び目という。リボン特異点の最小個数を2次元リボン結び目のリボン交差数という。また、2次元リボン結び目は、ある数 r に対して、自明な $r+1$ 成分の絡み目を r 本の1次元ハンドルをつないで構成されるが、 r の最小数を2次元リボン結び目のフュージョン数という。

3次元内の古典的結び目について、ペリフェラル構造を保つ結び目の群の間の全射準同型の研究が進められている。2次元リボン結び目に対して同様の研究をおこなった。すなわち、2つのリボン結び目の群の間のメリディアンを保つ全射準同型の存在、非存在を調べた。

リボン交差数が4までの2次元リボン結び目は安田智之により数え上られ、金信がそれらを分類した。ただし、そのうちの2個が同型か同型でないか判定がついていない(結び目群も同型)。このうちの1個を除くと、リボン交点数が4以下のフュージョン数が1の2次元リボン結び目は121個ある。

これらの2次元リボン結び目の群からなる14520組について、メリディアンを保つ全射準同型の存在、非存在を調べた。まず、Alexander 多項式、 $SL(n, \mathbb{F})$ 表現 ($n = 2, 3$, \mathbb{F} は有限体)、ねじれ Alexander 多項式を利用しメリディアンを保つ全射準同型をもたない組を除いて34組まで絞った。そのうちの2組について、交換子部分群の考察からもたないことを証明した。残った、32組のうち、実際に27組に対して全射準同型を構成したが、あとの5組(鏡像を除くと、実質的に3組)は不明という結果であった。

この研究は、角俊雄氏(九州大学)との共同研究である。