

これからの研究計画(北澤 直樹) | これまでの研究状況から自然に研究は進展しよう。特に以下は独自に進展ができると期待する。

- Special generic 写像の一般化と具体例や特定の状況下での分類。一つの考えとして、「Special generic 写像を持つ多様体は少なくはないが限られる」というものに至るまで「具体的にそういう写像の非存在を示す定理」を発表論文 4.1–4.6, 4.11 等で証明した。現在、これの自然な一般化として像がはめ込まれた多様体で境界に特異値があり (special generic 写像の場合は逆像は 1 点で) 内部での逆像は (special generic 写像では単位球面と微分同相なのに対し) 滑らかな閉多様体であるような滑らかな写像のクラスを考え、特別な状況下で special generic 写像の性質の拡張や具体例の抽出に発表論文 4.7 や 4.8 で成功した。一般的な性質の考察、さらなる具体例の構成、具体的状況下での分類等を今後の問題としてみている。一つ、変換群論等の領域で盛んに研究されている、射影空間を最も基本的なものとするトーリック幾何や周辺の多様体の研究で、新たに考えたこれらの写像が鍵となると睨んでいる。
- 実代数関数・写像の具体例構成。Nash や Tognoli らの理論から、実代数的関数や写像の存在は多くの場合分かる。一方詳細な大域的構造や関連した重要な式が分かる構成は自身の研究成果以前は難しかった。実代数幾何の手法や一般論等も自身の方法で習得しながら進める。

さらに学際的・挑戦性が高いと考える部分を述べる。自身の研究は、特異点論・代数トポロジー・微分トポロジー・代数幾何・微分幾何・組み合わせ論等多くの分野に関連する。自身も関連して幅広く興味を有し、文献で基本的なことを学び、セミナーや研究集会等で情報収集を講演の聴講・自身の研究発表・講演後や合間の質疑応答を通して活発にしている。

- 実代数幾何・実解析幾何における自身の研究の意味とは？ 先述の「実代数関数・写像の具体的構成」は進むと期待する中、実代数幾何や実解析幾何の中での意味を明らかにするのも、難しいと同時に意味がある。現時点でも知る限り、低次元の実代数的集合の分類や構成でも難しい。自身の研究は次元を制限せず、低次元のものを一般的または自身の抱く世界観の中で自然と考える文脈で高次元化しているものとする。
- 今までの特異点論の幾何的研究の微分幾何・幾何解析を意識した応用。等径超曲面と等径関数の関係の話は有名である。また最近、special generic 写像と全曲率の関係の可能性を、特異点論と(超)曲面の幾何に明るい「本田 淳史 氏(横浜国立大学)」より伺った。これは良い関数や写像を考えることが微分幾何的に意味があることを意味すると考える。他の一例として、対称空間で、対蹠集合という対称性に関する特異点の有限集合、測地的部分多様体等、離散集合や部分多様体が注目される。関連した一般論、Morse 関数や Morse-Bott 関数の臨界点の集合としてこれらを実現されるという形の定理が、古典的なものから最近に至るまで得られている。自身の扱ってきた具体的な可微分写像のクラスでの特異点論が働くのかというのは自然な疑問ではある。一方、「取り掛かり」が難しくあり続けている。具体的事実でもよいので、まずは意味のある事実や現象を突き止めたい。