## (2) 今後の研究計画

真瀬 真樹子

(i) 研究目的・意義

本研究の目的は複素代数的 $K3$ 曲面 (以下では単に $K3$ 曲面) の代数幾何学的特徴を理解することである. $K3$ 曲面の代数幾何学的研究は古典的には特異点理論や代数曲線論, 近年では数理物理の分野と深く関連している. 我々の目的を達成するためには曲面の周期写像や Picard 格子を研究することが必要となる. 特に Picard 格子に関しては曲面の部分多様体である曲線の挙動が重要である. また, 解析幾何学や数理物理に関連して $K3$ 曲面から Lie 代数への写像のモジュライ空間を研究することは長年の課題である. 本研究の課題は以下の通りである:

**課題**

**1.** 特異点の代数-位相的特徴と $K3$ 曲面の関係について.

**2.** Picard 数 0 と 21 の $K3$ 曲面について.

**3.** $K3$ 曲面上に作用するシンプレクティック自己同型群について.

**4.** $K3$ 曲面と点付き曲線の Weierstrass 半群について.

(ii) 研究内容

<u>課題 1</u>　Ebeling による定理に従い, 本研究では非原始的な強カップリング双対性と, 孤立超平面特異点の被約ゼータ関数との間の関係性を理解したい. また, 単純 $K3$ 特異点と重み付き $K3$ 曲面に関しては, Seifert 形式付きの Milnor 格子と交点形式付きの Picard 格子の間にどのような関係性があるかを明らかにしていきたい.

<u>課題 2</u>　複素代数的 $K3$ 曲面は 1 から 20 の間の Picard 数を持つ. 標数 2 の体上の $K3$ 曲面は Picard 数 22 を持つ可能性がある. もし $K3$ 曲面の Picard 数が 0 (resp. 21) ならば, 曲面は射影モデルを持たない (resp. 超越格子は階数が 1 である). ただし, 複素代数的 $K3$ 曲面は符号が $(2, 20-\rho)$ の超越格子を持つ. 本研究では Picard 数が 0 又は 21 である $K3$ 曲面の幾何的構造を理解したい.

<u>課題 3</u>　$K3$ 曲面 $X$ が有限シンプレクティック自己同型群 $G$ を持つとき, 商空間 $X/G$ は $K3$ 曲面に双有理同値である. 極小特異点解消 $Y \to X/G$ の例外因子の中の $(-2)$-曲線のクラスで生成される格子を $L$ とする. このとき $L$ は $H^2(Y, \mathbb{Z})$ の原始的部分格子であるとは限らない. 本研究の目的は, 格子 $L$ の原始的閉格子 $\tilde{L}$ が存在するかどうかを完全に決定することである.

<u>課題 4</u>　(神奈川工科大学の米田二良 教授との共同研究)　本課題では, どんな特徴を持つ Weierstrass 半群を実現する点付き曲線が $K3$ 曲面上に存在するかどうか, という問題と, 有理曲面の 3 重被覆として得られる $K3$ 曲面上の代数曲線により実現される Weierstrass 半群の特徴について考察したい.

(iii) 研究の展望

本研究により, $K3$ 曲面について代数幾何的特徴 (Picard 格子) と位相幾何的特徴 (Milnor 格子) という, 異なる側面の間の関係を理解することができると考えている. 特に Picard 数が 0 や 21 の $K3$ 曲面を理解するためには, 微分幾何的な対象を研究する必要があると考えられる. 部分多様体の代数幾何学と格子理論を用いることにより, これらの間の関係性を明らかにすることができると期待している.