

研究計画

松野 皐

Einstein-Dirac-Maxwell 系としての Gödel 宇宙の特徴づけ

背景・目的：特定のスピノルの存在はしばしばリーマン構造を特徴づけることが知られている。有名な例として Killing スピノルの存在は多様体を Ricci null にするという命題などがある。スピノルを物質とする Einstein 系の解となっているという条件はより強い制約となり、適当な条件を加えることでその時空をほとんど一意的に定める可能性がある。申請者は過去に 4 次元定常時空において Einstein-Maxwell-Scalar 系と適当な条件の下で Gödel 宇宙が導かれることを示した。またこの研究は自発的対称性の破れの観点から物理的解釈が可能であった。しかしスカラー場に関する仮定がいくらか人工的であった。Einstein-Dirac-Maxwell 系の場合はもう少し仮定を自然なものにすることができると考えている。本研究の目的は 4 次元定常時空における特定のスピノルと電磁場の成す Einstein 系として Gödel 宇宙を特徴づけることである。

意義：以前行った Einstein-Maxwell-Scalar 系による特徴づけでは次元 Gödel 宇宙を 3 次元 Lorentz 佐々木多様体と \mathbb{R} の直積と見なすことが本質的であった。4 次元 Gödel 宇宙上のスピノルに関する研究はこれまでもあるが、この観点だと 3 次元 Lorentz スピン幾何の結果を使うことができ、このような方法は今のところ見られない。この観点から研究することで新しい見地を得ることができると思われる。またこの研究において 4 次元の静的でない定常時空における Dirac スピノルの一般的な取り扱いについての技術を必要とするため、この研究を通じて見通しよい議論を確立できることが期待される。

方法：まず 4 次元 Gödel 宇宙を 3 次元 Lorentz 佐々木多様体と \mathbb{R} の直積と見なし、3 次元 Lorentz 佐々木多様体上のスピノルを使い Einstein-Dirac 系の解として 4 次元 Gödel 宇宙を実現させる。これは既にある程度完了している。次に先の結果を観察しながら 4 次元定常時空にどの程度の条件を課せば Gödel 宇宙が実現するかを考察し、適当な条件を定めて証明を行う。

年次計画：4~6 月は先に述べたような厳密解を実現する幾何学的な構造の候補を出来るだけ多く検討しその具体例を調べ、厳密解の明示的な表示を求める。次に 7~9 月にその幾何学的性質を抽象化し可能な限り一般性を持たせた設定で考察する。もし第二段階である一般化と特徴づけの研究において望ましい結果を得ることが出来なかった場合は、第一段階までの結果を発表する。これだけでも厳密解の研究としては意義がある結果であると思われる。

相対論的レイリー・ベナール対流の研究

背景・目的：粘性流体に温度勾配があるときに起こる対流としてレイリー・ベナール対流というものがある。身近な例としては味噌汁が茶碗の中で渦巻く現象がある。通常レイリー・ベナール対流は非相対論的な状況で研究されている。レイリー・ベナール対流を相対論的粘性流体に対して一般化して考えることで、曲がった時空における温度を持つ粘性流体の振る舞いを調べる研究はこれまでにあまり見られない。この研究の目的は相対論的レイリー・ベナール対流を定式化し、Schwarzschild 時空などの基本的な時空においてその振る舞いを調べることである。

意義：重力場中の温度を持つ相対論的粘性流体の対流を調べることができれば、例えば地球の周りの空気の対流の定性的な理解に役立つと思われる。

方法：非相対論的レイリー・ベナール対流の定式化を参考にして、①熱流と温度の相対論的フーリエ則、②相対論的粘性流体に対する熱力学第一法則による熱流とエントロピーの関係、を利用して相対論的な定式化を行う。その後、Schwarzschild 時空において相対論的レイリー・ベナール対流の振る舞いを解析的、数値的の両面から分析する。

年次計画：4~8 月にかけてレイリー・ベナール対流の相対論的定式化を研究する。9~12 月にかけて Schwarzschild 時空における解析を行う。