

**研究背景** 頂点作用素代数の研究において、加群上のアーベル圏やテンソル圏の構造が数学や物理の方面から探求され、近年では量子群の表現論との関係性が注目を集めている。我々は特に、トリプレット  $W$  代数や非ユニタリー Virasoro 頂点素超代数の加群の圏について研究してきた。前者は  $C_2$  余有限性を満たす頂点作用素代数であり、一の冪根における量子群の表現論との関係性が有名である [1, 2]。後者はプリンシパル  $W$  代数と呼ばれる  $W$  代数の系列に属しており、コセット構成を通して、アフィン  $sl_2$  の頂点作用素代数と結びつく [3, 4]。これらの頂点作用素代数は非有理的な頂点作用素代数の例を与える。ここで有理的とは加群の圏が半単純であり、非有理的とは加群の圏が半単純ではないことを意味する。一般に非有理的な頂点作用素代数の加群の成すアーベル圏の構造やテンソル圏の構造を決定するのは非常に難しい問題である。例えば加群の間のテンソル積の構造を調べる場合は、有理的な頂点作用素代数では単純加群の指標の積を計算すれば良いことが慣習的となっている。一方で、非有理的な場合は、指標の計算だけではテンソル積の構造を決定することができないため、加群上のテンソル圏の構造を決定するのは非常に難しい問題である。我々の目標はトリプレット  $W$  代数や非ユニタリー Virasoro 頂点素超代数の例を通して非有理的な頂点作用素代数の加群のテンソル圏の性質を理解することである。

**研究結果** トリプレット  $W$  代数と非ユニタリー Virasoro 頂点素超代数についてのこれまでの研究結果を以下にまとめておく。ただし、トリプレット  $W$  代数は Virasoro 極小模型に付随する頂点作用素代数  $\mathcal{W}_{p_+, p_-}$  と、スーパー Virasoro 代数に付随する頂点作用素超代数  $SW(m)$  に関するものである。

- (1) 単純  $\mathcal{W}_{p_+, p_-}$  加群の射影被覆の構造を決定した [7]。これらの対数的加群の構造は  $(p_+, p_-) = (2, 3)$  の場合に Gaberdiel, Runkel, Wood [5] により予想されていた。
- (2) Rasmussen [6] や Gaberdiel, Runkel, Wood [5] により予想されていた非半単純なフュージョン則に証明を与え、非半単純なフュージョン環の構造を決定した [8]。ここで非半単純なフュージョン環とは適当な直既約加群達の集合に定まる可換環のことを言う。
- (3) スーパートリプレット  $W$  代数  $SW(m)$  の加群が成すアーベル圏の構造とテンソル圏の構造を決定した [9]。
- (4) 頂点作用素の自由場表示を用いた変形手法を導入し、[3] で予想されていた非ユニタリー Virasoro 頂点素超代数のフュージョン則に証明を与えた [10]。この変形手法は、頂点作用素代数の理論において、これまでにはなかった新しい手法であり、様々な頂点作用素代数に適用できると考えられる。

## References

- |   |  |
|---|--|
| [1] B.L. Feigin, A.M. Gainutdinov, A.M. Semikhatov, and I. Yu Tipunin, Nuclear Phys. B 757(2006),303-343. | [5] M. Gaberdiel, I. Runkel and S. Wood, J.Phys. <b>A42</b> (2009) 325403.     |
| [2] D. Adamović and A. Milas, Commun. Math. Phys. <b>288</b> (2009), 225-270.                             | [6] J. Rasmussen, Nucl. Phys. B <b>807</b> (2009) 495.                         |
| [3] T. Creutzig, T. Liu, D. Ridout and S. Wood, Journal of High Energy Physics, 2019(6), 1-45 (2019).     | [7] H. Nakano, arXiv:2305.12448 (2023).  |
| [4] T. Creutzig, arXiv:2311.10240v1 (2023).   | [8] H. Nakano, arXiv:2308.15954 (2023).  |
|   | [9] H. Nakano, in preparation.   |
|   | [10] H. Nakano, F. Orosz Hunziker, A. Ros Camacho and S. Wood, in preparation. |