研究成果のまとめ

西井良徳

応募者はこれまで非線形波動及びシュレディンガー方程式を研究対象とし, 解の漸近挙動やエネルギー減衰・非減衰等に関して以下の成果を挙げている. なお, 以下の [ ] は論文リストで挙げた論文の番号である.

(1) Agemi 型条件下での半線形波動方程式

1986 年に Klainerman と Christodoulou によって導入された**零条件 (null condition)** は, 空間 3 次元における準線形波動方程式の小振幅解の時間大域的存在と漸近自由性を保証する非線形項の条件であり, 非線形双曲型方程式における最重要概念の 1 つである. 2000 年代以降, Lindblad, Rodnianski, Alinhac, Agemi, Katayama 等により零条件よりも弱い構造条件の研究が進められている. 応募者が研究対象としてきた **Agemi 型構造条件**はその 1 つで, 零条件と消散構造を統合するような構造条件である. 論文 [1], [3], [7] で, 応募者は上述の Agemi 型構造条件のうちその消散構造が部分的に退化している状況に注目し, Kubo(2007), Hoshiga(2008), Katayama-Matsumura-Sunagawa(2015) 等の結果の拡張となる以下の 2 つの成果を挙げた.

(i) 単独半線形波動方程式について零条件を仮定しない場合に解のエネルギーが時間減衰することを示し, 消散構造の退化が弱い場合には最適な減衰率が得られた ([3], [9]).

(ii) Agemi 型構造条件を満たす半線形波動方程式の 2 成分連立系で時間無限大で解にこれまでに知られていなかった非自明な非線形効果が生じる例を構成した. この例では, 単独の場合とは対照的に, 成分ごとの初期値にある種の大小関係がある場合には解の各成分が共に非自明な自由解に漸近し, 特に系の全エネルギーは減衰しないことを示した ([1], [7]).

(2) 弱い消散構造を伴う非線形シュレディンガー方程式

シュレディンガー方程式において Agemi 型構造条件に対応する条件が Li-Sunagawa (2016), Sagawa-Sunagawa (2016), Sakoda-Sunagawa (2020), Katayama-Sakoda (2021) 等により指摘されている. 応募者は Li 氏, 佐川氏, 砂川氏との共著論文 [2], [4], [5], [6] でこれと関連した次の結果を得た.

(iii) 弱い消散構造の下で微分型非線形シュレディンガー方程式の解の L^2 ノルムの上下からの評価を与え, 解の L^2 ノルムが時間減衰することを示し, さらにその減衰率が最適であることを示した ([5], [6]).

(iv) 弱い消散構造を伴う非線形シュレディンガー方程式の 2 成分連立系で, 解が時間無限大で自由解に漸近するが, 非線形項が短距離型の場合には起こりえない散乱状態への制限が生じる例を構成した ([2], [4]).