

これまでの研究成果のまとめと今後の研究計画

大川 領

これまでの研究成果のまとめ

修士課程から代数幾何学を専門に選び、えびら 籠表現のモジュライとその壁越え現象というテーマに興味をもちました。

ちょうどその時期に日本数学会で吉岡康太氏の講演を聞き、代数曲面、特に射影平面 P^2 上のベクトル束のモジュライを壁越え現象により調べる中島-吉岡の研究について知りました。彼らの研究は射影平面 P^2 上の壁越え現象を直接調べるのではなく、その1点爆発を通して調べていました。

応募者が興味をもつ二つの対象、籠表現とベクトル束が壁越え現象という共通のキーワードで結びつきました。そして、会場から帰るときに籠表現を用いて射影平面上の壁越え現象を直接調べる、という考えに至りました。

ルート系を用いたある観点から説明すると、中島-吉岡は実ルートと直交する壁を調べています。一方、応募者は虚ルートと直交する壁に着目しました。モジュライの無限個の連結成分をまとめて扱うとき、考えるべきルートは無数にありますが、虚ルートは全て比例しているため直交する壁は一つです。この一つの壁を越えるときモジュライが変化する様子を詳細に調べました。この現象に対する好奇心を大きな背景として研究しました。以下では主な論文の概要をまとめます：

論文リスト4と5

論文1と3が縁となり、望月拓郎氏の開発した壁越え現象の解析手法について、理論をまとめた本の原稿を望月氏からもらいました。その応用を模索し受入教官だった中島啓氏に報告をした際に、数理論理分野における伊藤-丸吉-奥田の予想を教わりました。彼らの設定を少し変えることで、ネクラソフ分配関数の対称性を記述する関

数等式が見つかりました。まず学術論文4では、この関数等式に証明を与えました。さらに学術論文5では、伊藤-丸吉-奥田の予想を証明しました。この予想はネクラソフ関数のオービフォルド版と0次の広田微分との間の関数等式です。さらに高次の広田微分は、幾何学的にはスラント積を取る必要があります、研究の余地がまだまだあります。どちらの論文も証明には壁越え公式を用いています。

論文リスト8

VI型パウルヴェ方程式の量子 q 差分化についての先行研究と、Shakirov方程式との関係について調べています。特に、VI型パウルヴェ方程式のベックルト変換がもつ $D^{(1)}_5$ ワイル群対称性は、共著者である長谷川氏によりすでに量子化されていました。この論文では、この量子化の関数空間への作用素の実現がShakirov方程式により与えられることを示しています。さらに、Shakirov方程式の解がアフィンロウモン分配関数により与えられることを予想しています。この予想の過程で導出されるShakirov方程式の連立化は、申請者の研究してきた壁越え公式と相性が良く、今後の進展が期待されます。

論文リスト9と12

これまで分配関数ごとに一から壁越え公式の導出を行ってきました。そこで参考論文4では枠付き籠表現のモジュライという一般的な設定で壁越え公式をまとめました。さらに参考論文1では K 理論的壁越え公式を導出しました。その応用として K 理論版の A_1 型ロウモン分配関数の関数等式を導出し、梶原変換公式に別証明を与えました。 K 理論の場合に特徴的なのは分配関数そのものではなく、分配関数に q ボレル変換を施したものが多重超幾何級数となり変換公式を満たすことです。このことから壁越え公式を用いて q 差分方程式を導出できるのではないかと、という期待を持っています。そのため見通しを得るためにアフィン化を考えています。現在のところ A アフィンロウモン分配関数がみたすべき関数等式を白石氏との共同研究で予想しました。