

これまでの研究成果のまとめ (大仁田 義裕)

幾何学, 特に微分幾何学および調和写像論において, 以下のような研究成果を挙げている.

極小部分多様体および幾何学的変分問題の研究: リーマン多様体にはめ込まれた部分多様体で, その体積を極値化しているものは, 「極小部分多様体」と呼ばれる. 極小部分多様体は, その体積の第二変分が常に非負になるときは「安定」であると言われる. 極小曲面の概念の一般化である. R -空間の標準埋め込みとして得られる等質部分多様体の性質やラプラシアン固有値の研究 ([1],[2],[3]) から始まり, 第1固有関数によるコンパクト対称空間から標準球面への極小等長はめ込み ([4]) の研究, 極小部分多様体の安定性と安定極小部分多様体の決定 ([5],[7],[12],[65]), Yang-Mills 場の (非) 安定性 ([9],[19]). 一方, 複素射影空間内の実部分多様体の微分幾何 ([8],[15],[23]) を研究. さらに, Kähler 多様体の極小ラグランジュ部分多様体に注目し次の研究を行った: Hyperkähler モジュライ空間の複素ラグランジアン部分多様体 ([32]), 複素射影空間内のハミルトン安定なラグランジュ部分多様体 ([35], [37], [38], [40], [45]) の研究, 特殊ラグランジュ部分多様体の変形・モジュライの研究 ([39], [41], [48]).

調和写像論の研究: 一般に, 二つの (擬) リーマン多様体間の写像のエネルギー積分を極値化する写像は, 「調和写像」と呼ばれる. 調和写像の (非) 安定性 ([6]), 多重調和写像の安定性および複素解析性 ([11], [13], [16], [20]). 一般化された旗多様体から複素射影空間への同変調和写像の分類 ([17]), ガウス曲率一定の極小曲面の分類問題 ([10], [14]). 可積分系に関わるリーマン面から対称空間への調和写像研究は最も興味深い ([18], [21], [22], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [31], [32], [33], [34], [36], [42], [44]): リー群・対称空間への多重調和写像とユニオン解および有限型解 ([18], [34], [36]). 調和写像へのループ群作用とモース理論的変形 ([21], [24]), リーマン球面からのコンパクト対称空間への調和写像の空間の位相 ([21], [24]). ゲージ理論的アプローチ ([30], [31], [32], [33]). コンパクト型エルミット対称空間の量子コホモロジー環 ([29]).

等径超曲面とラグランジュ部分多様体の幾何学: 標準単位球面内の等径超曲面 (主曲率一定の超曲面) のガウス像 (ガウス写像の像) は, 複素2次超曲面 $Q_n(\mathbb{C})$ のコンパクト極小 (ゆえに単調) ラグランジュ部分多様体である. 中国・清華大学 Hui Ma, 茨城大学・入江博, 東北大学・宮岡礼子らとの共同研究を行ってきた. 現在までの主要な成果は次の通りである. $Q_n(\mathbb{C})$ のコンパクト等質ラグランジュ部分多様体の完全な分類 ([43]), すべての等質等径超曲面のガウス像のハミルトン安定性の決定 ([43], [58], [59]), 等径超曲面のガウス像のハミルトン交叉問題 ([61], [62], [64]).

有限次元および無限次元等径部分多様体に関する部分多様体研究: 等径部分多様体およびその焦部分多様体は, 部分多様体の微分幾何学において最も基本的かつ豊かな研究対象である. Hermann 作用の極小小池軌道の分類 ([63]), R 空間の Kähler C 空間への自然な埋め込みのシンプレクティック幾何 ([65], [66]), R 空間の微分幾何的特徴付けによる第2基本形式平行な複素射影空間の複素部分多様体 ([67], [68]) および四元数射影空間の全複素複素部分多様体 ([69]) の分類研究.