これまでの研究成果のまとめ

大野走馬

これまでの研究の背景

従来のスピン幾何学では、スピン束$S_{1/2}$上の Dirac 作用素及び関連した特殊なスピノールについての研究が主であった。ここで、特に Dirac 作用素のカーネルの元のことを調和スピノールという。調和スピノールの存在・非存在は曲率でコントロールされるということが知られている。一方、近年のスピン幾何学では、Dirac 作用素及び調和スピノールの類似とも言えるスピン 3/2 スピン束$S_{3/2}$上の Rarita-Schwinger 作用素、Rarita-Schwinger 場(以下 RS 場)についても盛んに研究されている。調和スピノールとは異なり、RS 場の存在・非存在は多様体の幾何構造や次元に依存する。そこで、「RS 場をどのような幾何構造を持つ多様体上で解明できるか？」という問いが生まれる。キリングベクトル場のスピノール版であるキリングスピノールを持つ多様体はこの問いの答えとなる面白いクラスの一つである。

(1)nearly Kähler 多様体上で Rarita-Schwinger 場を調べた（査読付き論文[1]）

nearly Kähler(以下NK)多様体は、キリングスピノールを持つ多様体の一つである。私は6次元コンパクトNK多様体上でRS場の空間と調和3形式の空間が同型であることを明らかにした。$S^3 \times S^3$には等質または非等質なNK構造が入るが、これには2次元分のRS場が存在する。一方、通常の計量を入れた場合にはRS場が存在しないことが分かる。これは、RS場が位相だけでなく計量などにも依る初めての例であり、重要である。

さらに、RS場の空間を特定するのと同様の方法を用いて、NK多様体上のキリングスピノールの無限小変形の空間を特定することにも成功した。6次元スピン多様体上でキリングスピノールとNK構造が一対一対応することから、A. Moroianu氏、P.-A. Nagy氏、U. Semmelmann氏らによるNK構造の無限小変形の結果をキリングスピノールを通して調べた結果として重要である。

(2)nearly parallel G_2 多様体上で Rarita-Schwinger 場を調べた（査読付き論文[2]）

nearly parallel G_2(以下NPG_2)多様体は、キリングスピノールを持つ多様体の一つである。コンパクト NPG_2 多様体上で RS 場の空間と Laplacian のある固有空間の部分空間が同型であることを明らかにした。これにより、いくつかの NPG_2 多様体上に RS 場が存在しないことが分かった。一方、本間氏と U. Semmelmann 氏によれば多くの torsion-free な G_2 多様体上には RS 場が存在する。これは、同じ構造群を持つ多様体上でも RS 場の振る舞いが全く異なることを意味している。

さらに、NPG_2 多様体上のキリングスピノールの無限小変形の空間を特定することにも成功した。7 次元スピン多様体上でキリングスピノールと NPG_2 構造が一対一対応することから、B. Alexandrov 氏、U. Semmelmann 氏による nearly parallel G_2 構造の無限小変形の結果をキリングスピノールを通して調べた結果として重要である。