今後の研究計画

大田武志

われわれは、ここしばらく「ゲージ理論/行列模型対応」を念頭に置いて, 超対称ゲージ理論と対応する行列模型の研究を行ってきました。引き続き、行列模型の研究やそれに関連したテーマの研究を行います。

1. ユニタリー行列模型の多重臨界点と Argyres-Douglas 理論の対応

「ゲージ理論/行列模型対応」の一例として、多重臨界ユニタリー行列模型と Argyres-Douglas 型の 4 次元超対称理論との対応を調べてきました。行列のサイズ N が無限大の極限において、これらの間の対応は, 行列模型のスペクトル曲線と、ゲージ理論側の Seiberg-Witten 曲線の同型として現れます。多重臨界ユニタリー行列模型は、ラージ N 極限で三次相転移を起こすことが知られています。この相転移点に向けて、単なるラージ N 極限ではなく, 2 重スケーリング極限を考えると、それはゲージ理論側では Argyres-Douglas 超共形固定点への極限となっていることをわれわれは示しました。

次の研究課題として、ラージ N 極限を超えて、有限の N で両者の対応がどうなっているかを詳しく解析することを試みます。有限の N では、「ゲージ理論/行列模型対応」は、行列模型側の分配関数と、ゲージ理論側の Nekrasov 分配関数の間の対応へと精密化されると期待されます。まず、行列模型側で、有限 N 補正やインスタントン補正がどのようになっているかを明らかにすることを目指します。

また、この多重臨界ユニタリー模型の一番簡単な場合は、Gross-Witten-Wadia 模型に対数ポテンシャルを加えて拡張したユニタリー行列模型です。この模型の分配関数は、パンルヴェIII 方程式のタウ関数と見なせることが知られています。より一般の場合にどのような可積分系と関連しているかということもを考察していきたい。

2. 高次元ゲージ理論と代数構造

4 次元の超対称ゲージ理論が、5 次元ゲージ理論を S^1 にコンパクト化した理論の低エネルギー極限として得られるとき、5 次元に持ち上げた理論そのものを考察することには十分な意義があります。「ゲージ理論/行列模型対応」において, 5 次元への持ち上げに対応すると期待される行列模型側の操作が、q 変形です。ユニタリー行列模型が、q 変形することができないかという点も考察したいです。これらは, q 変形された 2 次元場の理論とも関連していて、q-Virasoro 代数や q-W 代数などの対称性を持つと期待されます。

また、q-Virasoro 代数や q-W 代数は、Ding-Iohara-Miki 代数とよばれるある Hopf 代数で、ある特別な構造関数を持つものに関係していることが知られています。この代数はさらなるパラメータ p を導入して、構造関数を変更することにより楕円型の Ding-Iohara-Miki 代数と呼ばれるものに拡張できます。この楕円 Ding-Iohara-Miki 代数と関連する「楕円 Virasoro 代数」や「楕円 W 代数」の対称性をもつ相関関数やそれに対応した行列模型は、6 次元 $\mathcal{N}=(2,0)$ 超共形場理論の分配関数と関連すると予想するのは自然だと思われます。これらの対応を詳しく調べることも行っていきたい。