# これまでの研究成果のまとめ

佐川侑司

応募者の研究テーマは非線形シュレディンガー方程式の初期値問題に対する解の長時間挙動の数学解析である．応募者は「非線形シュレディンガー方程式の線形項による分散性と非線形項による非線形性が釣り合う臨界的な状況下において，対応する初期値問題の解は十分時間が経過した時にどのような挙動をするのか？」という問題について研究を行ってきた．光ファイバー中の光信号の伝播を記述する空間 1 次元で 3 次のべき乗型非線形シュレディンガー方程式は，非線形効果が残り続けるという意味で臨界的な状況となっている．応募者は数学の観点から下記の研究成果を得た．

**解の最大存在時間の下界評価**

① 空間 1 次元で 3 次の微分型非線形シュレディンガー方程式.
② 空間 1, 2, 3 次元で劣臨界・臨界のべき乗型非線形項を伴うシュレディンガー方程式.
③ 空間 1 次元で 3 次のべき乗型非線形項を伴う 2 成分連立シュレディンガー方程式.

①では空間 1 次元で 3 次の微分型非線形シュレディンガー方程式について考察し，詳細な下界評価 $\liminf_{\varepsilon\to+0}\varepsilon^2\log T_\varepsilon \geq C_0$を得た。さらに定数$C_0$を初期条件と非線形項から定まるある複素数値関数の虚部によって現すことができた．この複素数値関数の虚部の符号変化に注目することで，解の長時間挙動に関する数多くの先行研究を統一的な視点からまとめることができた. ②では空間 1, 2, 3 次元における劣臨界・臨界のべき乗型非線形項への拡張を行った．最後に③において空間 1 次元における 2 成分連立系への拡張を試みた．応募者は 2 成分連立系の持つ保存量に注目することで, 2 成分連立系における詳細な下界評価を得た．

**解の時間無限大での漸近挙動**

④ 空間 1 次元で 3 次の微分型非線形シュレディンガー方程式.
⑤ 空間 1 次元で 3 次のべき乗型非線形項を伴う 2 成分連立シュレディンガー方程式.

本研究では非線形シュレディンガー方程式の解の時間無限大での漸近挙動を考察する．
④では弱消散構造を伴う微分型非線形シュレディンガー方程式について，解の$L^2$ノルムの時間減衰率という観点から考察した．その結果，弱消散構造の下では，強消散構造を伴う微分型非線形シュレディンガー方程式と非線形項のない線形シュレディンガー方程式のちょうど中間の$L^2$-時間減衰率を持つことが分かった．⑤では③を時間反転させた初期値問題について考察した．その結果, 2 成分はそれぞれ線形解に漸近するが, 2 成分の積は時刻無限大で 0 に減衰するという新しいタイプの解挙動を発見した．この結果を得る際に③で用いた保存量が鍵となっている．