これまでの研究成果

高崎金久

応募者の専門分野は代数解析と数理物理であり，おもに可積分系の理論とその応用に関する研究を行ってきた．

1．可積分階層の基礎理論　1981年頃佐藤幹夫はさまざまなソリトン方程式を統合する枠組としてKP階層とその多成分化を提案した．それらの戸田格子版として，応募者は上野喜三雄との共同研究において戸田階層とその多成分化を考案した．戸田階層は今日ではKP階層と並んで最も基本的な可積分階層とみなされている．その後，可積分階層の高次元化を目指して，1990年までは自己双対Yang-Mills方程式や自己双対計量の方程式を研究し，1994年まではMoyal代数に基づく高次元可積分階層の構築を試みた．

2．無分散可積分階層の基礎理論　無分散可積分階層はKP階層や戸田階層などの可積分階層からLax形式における微分（あるいは差分）作用素の交換子をPoisson括弧に置き換えて得られる．それらの無分散Lax方程式は自己双対計量の方程式と似ていて，ツイスター理論の考え方で扱うことができる．1990年頃応募者は武部尚志と共同で無分散KP・戸田階層の研究を開始し，1995年に理論の基礎固めを終えた．2000年代に入って無分散可積分階層が新たな視点から研究者の関心を集めるようになり，応募者も武部とともに研究を再開していくつかの成果を上げた．

3．可積分階層の数理物理への応用　応募者は1990年代前半に位相的共形場や$c = 1$弦理論への可積分階層の応用を研究した．その後，中津了勇と共同で4次元$\mathcal{N} = 2$超対称ゲージ理論を考察し，その低エネルギー有効理論（Seiberg-Witten理論）を戸田階層とWhitham変調方程式の言葉で説明した．1999年前後には同様の構造を位相的ゲージ理論の爆裂公式の中に見出した．2004年からは中津と5次元超対称ゲージ理論について共同研究を再開し，そのインスタントン分配函数を3次元Young図形の統計力学的模型（溶解結晶模型）と解釈して，それが1次元戸田階層の解とみなせることを見出した．

4．等モノドロミー変形，有限自由度可積分系　Seiberg-Witten理論の研究を契機として，応募者は1990年代の終わりから数年間，研究の重心を等モノドロミー変形や有限自由度可積分系に移した．等モノドロミー変形については，Whitham変調方程式との関係，楕円曲線上の等モノドロミー変形，Painlevé-Calogero対応などを見出し，Hamilton構造なども研究した．有限自由度可積分系については，佐々木隆らと共同でCalogero-Moser系とその一般化や変種に対して一連の研究を行った．楕円曲線や特殊な代数曲面に関連する可積分系についても考察した．

5．位相的弦理論や数え上げ幾何学に関連する可積分階層　溶解結晶模型はある3次元トーリックCalabi-Yau多様体の上の位相的弦理論と密接な関係がある．その種の位相的弦理論の振幅函数は位相的頂点の方法で記述できる．2010年以降，応募者は溶解結晶模型の研究を続ける傍らで，中津とともに位相的頂点やそれと関連するHodge積分を研究した．最近数年間はRiemann球面のHurwitz数やGromov-Witten不変量など数え上げ幾何学の話題にも視野を広げて，戸田階層とそのさまざまな簡約系がそこに内在していることを明らかにしてきた．