

これまでの研究成果のまとめ（番号は別紙の論文リストに対応）

吉田 はん

1 Epstein-Penner 分解について

非コンパクト双曲3次元多様体のある種の理想的多面体分割で Epstein-Penner 分割というものがある。論文 [5], [7] では 3 点穴あき球面を含む双曲3次元多様体の Epstein-Penner 分解についての性質について調べた。論文 [9], [10] では Epstein-Penner 分解をうまく分割することで理想的凸四面体分割の可能性についての結果を出している。

2 通約可能性の判定について

双曲3次元多様体, 軌道体 M_1, M_2 が共通の有限被覆を持つとき M_1 と M_2 は通約可能という。通約可能性は同値関係となる。

論文 [4] [8] で体積, invariant trace field, invariant quaternion algebra, カスプパラメーター, カスプの体積と全体の体積比でも通約可能性を判別できない任意有限個の非コンパクト双曲3次元多様体を構成した。論文 [3] においては3つの6面体の非コンパクトコクセター群が互に通約可能でないことを commensurator 群を決定することで証明した。

また, 論文 [13] においては, 非コンパクト双曲3次元多様体 M_1, M_2 について $0 < \text{vol}(M_1) - \text{vol}(M_2) < 0.252725 \dots$ のときには通約可能でないことを示し, 非コンパクト双曲3次元多様体 M にデーン手術を施して得られる双曲3次元多様体の集合には無限個の通約可能性類を含むことを示した。また, 体積比を用いて他の不変量では通約可能かどうか判別しにくい閉双曲3次元多様体 V2050(4,1) と V3404(1,3) が通約可能でないことを示した。この手法で 2019 年度, 当時大阪市立大学修士2年の甲斐 涼哉さんがコンピュータを使って 400 万組以上が通約可能でないことを示している。

3 関連した研究

非数論的3次元双曲多様体に対して M の commensurator 群とよばれる物が定義される。この commensurator $C(M)$ は M の通約可能性類の中で一番体積が小さいものとなることが知られている。しかしながらコンパクト双曲3次元多様体の commensurator の計算結果はほとんど知られていない。[11] であるコンパクトコクセター群の族について commensurator 群を計算した。

Commensurator 群が正規化群より真に大きいクライン群を隠れた対称性 (hidden symmetry) を持つという。コンパクトな場合, 非コンパクトな場合について, ある無限個の族が隠れた対称性を持つことを示した。([1], [12])