

これからの研究計画(北澤 直樹) | これまでの研究状況から自然に研究は進展しよう。特に以下独自に進展ができると期待する。

- Special generic 写像の一般化と具体例や特定の状況下での分類。 一つの考えとして、「Special generic 写像を持つ多様体は少なくはないが限られる」というものに至るまで「具体的にそういう写像の非存在を示す定理」を発表論文 4.1-2, 4.4-4.7, 4.17 等で証明した。現在、この自然な一般化として像がはめ込まれた多様体で境界に特異値があり(special generic 写像の場合は逆像は 1 点で)内部での逆像は(special generic 写像では単位球面と微分同相なのに対し)滑らかな閉多様体であるような滑らかな写像のクラスを考え、特別な状況下で special generic 写像の性質の拡張や具体例の抽出に発表論文 4.8-9 等で成功した。一般的な性質の考察、さらなる具体例の構成、具体的状況下での分類等を今後の問題としてみている。一つ、変換群論等の領域で盛んに研究されている、射影空間を最も基本的なものとするトーリック幾何や周辺の多様体の研究で、新たに考えたこれらの写像が鍵となると睨んでいる。
- 実代数関数・写像の具体例構成。 Nash や Tognoli らの理論から、実代数的関数や写像の存在は多くの場合分かる。一方詳細な大域的構造や関連した重要な式が分かる構成は自身の研究成果以前は難しかった。実代数幾何の手法や一般論等も自身の方法で習得しながら進める。
- Morse-(Bott) 関数の分類に関係した研究。 与えられた多様体や多様体の族の Morse 関数を分類するというのは多様体の幾何学への応用上自然な問題である。Morse 関数自身幾何学的特異点的に基本的で興味深い研究対象でもある。2 次元閉曲面で Morse-Bott 関数を Reeb グラフを介して分類した古くて新しい 2020 年周辺の Michalak や続く Gelbukh の結果に続き、3 次元閉多様体で最も基本的なクラス所謂円周と球面の直積レンズ空間の連結和を Morse 関数と 3 次元多様体の基礎理論を活用し分類したという発表論文 4.13 の結果がある。関連して発表論文 4.15-16 の結果も得ている。今後結果の改良や高次元の具体的な状況を考えたい。
- 実代数幾何・実解析幾何における自身の研究の意味とは？ 先述の「実代数関数・写像の具体的構成」は進むと期待する中、実代数幾何や実解析幾何の中での意味を明らかにするのも、難しいと同時に意味がある。現時点でも知る限り、低次元の実代数的集合の分類や構成でも難しい。自身の研究は次元を制限せず、低次元のものを一般的または自身の抱く世界観の中で自然と考える文脈で高次元化しているものとする。
- 実代数写像の構成で、単位球面の射影の自然な一般化を尊重し、像が円周で囲まれた領域であるような平面の領域への写像を得ている。関連して円周の配置に関する、古くて新しい、特異点論、組み合わせ論に関連した研究特に意味のある族の定義や基本的な性質を調べている。例えば定義、骨格となるグラフの形状に関する基本的な性質を調べ出しており、すでに発表論文 4.14 等がある。さらに開拓していく。