

これまでの研究（志賀啓成）

私の研究は大きく分けて2つある．一つはRiemann面とKlein群の変形空間の研究であり，もう一つはRiemann面それ自身の研究である．この二つを中心に説明したい．なお，論文番号は別添えの論文リストによる．

Riemann面とKlein群の変形空間の研究：Riemann面は1次元複素多様体であるが，この変形空間とはその複素構造を変形したものとして捉える．私の研究では一つの複素構造を擬等角写像による変形したものが研究対象である．Klein群はメビウス変換からなる離散群で，Riemann面はKlein群の商空間として実現される．したがって，Riemann面を擬等角写像で変形したものはKlein群を擬等角写像で変形したものと解釈しうる．

このようなもので最も有名なものはTeichmüller空間で，Ahlfors-Bers理論からTeichmüller空間が複素多様体であることが知られている．私はTeichmüller空間およびKlein群の変形空間の複素構造を研究し，有限次元Teichmüller空間の幾何的・解析的性質を明らかにした ([5], [13], [15], [22], [45])．また，これらの変形空間上の正則写像およびそれへの正則写像について研究し，Parshin-Arakelovの定理の解析的証明，Carathéodory距離の研究などを行った ([11], [16], [32], [35], [40], [46])．

Riemann面の位相型が無限になるとそのTeichmüller空間も無限次元となり，有限次元とは異なる様相が見られる．例えば，擬等角写像類群が不連続に作用しない場合がある．論文[30]では，それが不連続になる十分条件をRiemann面の双曲幾何的性質で与えた．また，[27]では有限次元Teichmüller空間においては同値な位相を与える2つの距離，Teichmüller距離とLength spectrum距離が無限次元の場合は異なる位相を与える例を構成し，さらに同値になるための十分条件を与えた．最近はCantor集合とその補集合として得られる無限型Riemann面の擬等角変形空間について研究を行っている ([1], [4], [7])．

Riemann面の研究：コンパクトRiemann面は代数曲線でもあり，古典的な理論が確立されている．一方，Open Riemann面はcompactな場合と異なる性質を持っている．その上には正則関数，有理型関数が豊富に存在し，複素解析が強力に展開できる舞台であるが，古典的な定理，Riemann-RochやAbelの定理はそのままでは成り立たない．[49]で極値的距離を用いて，古典的な定理がある枠組みで成り立つ条件について考察した．

複素平面内の単位円板は最も素朴なOpen Riemann面であり，正則関数や有理型関数についての夥しい数の定理が知られている．このため，Open Riemann面の複素解析を展開するための一つの指標になる．論文 [10], [14], [21], [36], [37], [38], [51] では単位円板において成り立つ定理をOpen Riemann面に拡張した論文である．「Riemann面の変形空間の研究」と関連して，Riemann面の複素構造を変形した時にその等角不変量がどのような影響を受けるかを研究した ([2], [3], [26], [34], [47], [48])．これらはRiemann面の変形空間の研究の見地からも興味深い結果を与えている．