百合草 寿哉

(2) これまでの研究成果のまとめと、今後の研究計画

これまでの研究成果のまとめ

私の研究は、主にクラスター代数理論と多元環の表現論に焦点を当て、これらの分野を統合する形で進めてきた。特に、曲面に付随するクラスター代数の組合せ的性質、および g 扇（g-vector fan）の稠密性に関する研究に注力し、複数の代表的な論文として公表済みである。これらの研究は、クラスター代数と τ 傾理論の間の深い関係を明らかにし、数学の新たな枠組みを提供することを目的としている。ここでは後者の研究に注視する。

クラスター代数は、変異と呼ばれる組合せ的な構造を持つ可換代数であり、その中核をなす g ベクトルは、クラスター代数の基本構成要素である団変数の数値的不変量を与える。この g ベクトルが形成する **g 扇**は代数的構造を幾何学的に表現する手法であり、クラスター代数の基底に関する洞察を与えるだけでなく、正値性予想や符号同一性予想といった古典的な問題の解決においても重要な役割を果たした。

一方、多元環の表現論では **τ 傾理論**が従来の傾理論を拡張し、多元環の加群圏の解析において中心的な役割を果たしている。この理論では、g 扇は加群圏の安定性空間やねじれ対などの重要な対象の性質を記述する幾何学的構造として機能している。また、クラスター代数が多元環で圏化可能な場合、その g 扇は多元環の g 扇の部分集合として現れることが知られている。

私は g 扇が**稠密**であるという性質に注目し、これを中心に研究を進めてきた。本研究における最初の成果は、幾何学的手法を用いて、曲面に付随する代数が稠密な g 扇を持つことを示した [Y20]。この手法を圏論の言葉で言い換えることで、次のような古典的な多元環に適用した。有限次元多元環は **Tame 型**と Wild 型の 2 つに分類され、String 多元環や Brauer グラフ多元環などの重要な多元環は Tame 型となることが知られている。上記の手法をこの古典的なクラスに適用し、次の結果を得た：

定理 1 ([PY23])**.** 全ての Tame 型多元環は稠密な g 扇を持つ。

この結果は、有限次元多元環の分類と構造の理解に新しい視点を提供した。さらに、g 扇の稠密性に関する研究成果は、以下の応用をもたらした：

- 交換グラフの連結性：τ 傾理論において、τ 傾加群が形成する交換グラフが連結であるかどうかを調べることは基本的な問題である。g 扇の稠密性を用いて、**曲面に付随する多元環に対し、交換グラフの連結性を示した** [Y20]。
- 散乱図形（Scattering diagram）：g 扇が稠密となるクラスに対し、クラスター代数と多元環の散乱図形の差異を、稠密性を通じて解析した [PY23]。

これらの成果は、幾何学的および代数的構造の統一的理解を促進した。

参考文献

[PY23] P. Plamondon and T. Yurikusa. *Tame algebras have dense g-vector fans.* International Mathematics Research Notices, 2023(4):2701–2747, 2023. with an appendix by B. Keller.

[Y20] T. Yurikusa. *Density of g-vector cones from triangulated surfaces.* International Mathematics Research Notices, 2020(21):8081–8119, 2020.