応募者は，多様体の形とその上の計量の成すモジュライの関係に興味があり研究を行っている．これまでの応募者の研究概要は以下の通りである．

- 山辺の問題周辺：[1] で応募者は，閉（i.e. コンパクト境界無し）多様体上の主張である小磯の分解定理をコンパクト境界付き多様体上へ拡張した．また，本論文では相対山辺計量の一意性に対する主定理のある応用も与えている．[2] で応募者は，極小境界を持つある定スカラー曲率計量が相対山辺計量になるためのある十分条件を与えた．相対山辺計量とは，閉多様体上での「山辺の問題」の解の極小境界版に当たるものである．また，上述の条件を用いて，正スカラー曲率をもつ相対山辺計量ではあるが，アインシュタイン計量ではないもの（3 次元ベルジェ球面上）の例も与えた．[9] では，境界の平均曲率が一定であるスカラー平坦計量が，対応するアインシュタイン・ヒルベルト汎関数をその共形類内で極小化する（つまり，この場合の山辺計量に対応するものになる）ためのある十分条件を与えた．更に本論文では，そのような山辺型の計量の一意性に関する「小畠の定理」及びその逆の主張がこの場合に成り立たないことを幾つかの例を構成することにより観察した．また，[8] で応募者は，Listing 氏によるスカラー曲率に関するある剛性定理が成り立たない計量と山辺計量との関係に関する幾つかの観察を行った．
- 幾何学的フロー：[3] で応募者は，n 次元閉多様体上のリッチフロー $g(t)\,(t\in[0,T), T<\infty)$ で，そのスカラー曲率（$n=4$）やリーマン曲率（$n\geq 5$）に関するある積分量で表されるエネルギーが有界であるものは，$t\to T$ で，高々有限個の錐的オービフォルド特異点 (これは全く無いこともあるかもしれない) を除いてある滑らかなリーマン多様体に Cheeger–Gromov の意味で収束することを示した．また [4] で応募者は，n 次元閉多様体上のスカラー曲率が有界なリッチフロー $g(t)\,(t\in[0,T), T<\infty)$ で，あるタイプの特異点しか持たないものの $t\to T$ での挙動を調べた．また [10] では，重み付きの境界付きリーマン多様体上のある幾何学的流の収束の速さについて調べた．特に，そのようなフローは指数オーダーだけではなく多項式オーダーでも収束し得る（実際に例が存在するという意味）ことを示した．
- 全スカラー曲率の有界性の一般化：[5] で応募者は，Gromov のスカラー曲率の下からのバウンドに対する C^0-極限定理の全スカラー曲率版に対応する幾つかの結果を得た．証明はリッチフローのある安定性を用いた背理法である．通常の全スカラー曲率は，計量の $C^0\cap W^{1,2}$ 収束で連続的に振舞うことは既に分かっている．一方，この論文では,（正の）重み関数がリーマン体積測度に掛った “重み付きの” 全スカラー曲率についても下からのバウンドが保たれることを示した．特にこれから，ペレルマンの $\mathcal{F}$ 汎関数や $\mathcal{W}$ 汎関数の下からのバウンドが，計量及びポテンシャル関数のある弱い位相に関する収束の下で保たれることが分かった．さらにこの結果の応用として，スカラー曲率下限の新たな弱い意味での定義を与えることが出来た．一方，[6] で応募者は，一つ固定された共形類[1]の中の，全スカラー曲率の**上からの**バウンドに対するある C^0-極限定理を得た．証明には山辺フローの安定性を用いた．
- 余次元１部分多様体とスカラー曲率が下から抑えられた多様体の幾何：[7] で応募者は，完備，非コンパクト，非放物型安定勾配リッチソリトンがある仮定を満たすときの，ある一点からの距離に関するスカラー曲率の減衰オーダーを調べた．証明には，平均曲率一定超曲面の一般化である μ-bubble を用いた．この論文ではさらに，縮小リッチソリトンに対する Myers 型の定理の μ-bubble を用いたある別証明も与えた．

参考文献

[1] **S. Hamanaka**, Decompositions of the space of Riemannian metrics on a compact manifold with boundary, Calc. Var. Partial Differential Equations **60** (2021), 24 pp. DOI: https://doi.org/10.1007/s00526-021-02070-x

[2] —, Non-Einstein relative Yamabe metrics, Kodai Math. J. **44** (2021), 265-272. DOI: https://doi.org/10.2996/kmj44202

[1]共形類を固定せずに計量全体の空間の中で考えてしまうと，一般に同様のことは成り立たないことは Lohkamp の結果から従う．

[3] —, Ricci flow with bounded curvature integrals, Pacific J. Math. **314** (2021), 283-309. DOI: https://doi.org/10.2140/pjm.2021.314.283

[4] —, Type of finite time singularities of the Ricci flow with bounded scalar curvature, arXiv:2105.08250 (2021). URL: https://arxiv.org/abs/2105.08250

[5] —, Limit theorems for the total scalar curvature, arXiv:2208.01865 (2022) (old version, C^0, C^1-limit theorems for total scalar curvatures). URL: https://arxiv.org/abs/2208.01865. **Submitted**.

[6] —, Upper bound preservation of the total scalar curvature in a conformal class, arXiv:2301.05444 (2023). URL: https://arxiv.org/abs/2301.05444. **Submitted**.

[7] —, Notes on scalar curvature lower bounds of steady gradient Ricci solitons, arXiv:2409.00583 (2024).

[8] —, Extremal metrics involving scalar curvature, arXiv:2504.06547v3 (2025).

[9] **S. Hamanaka and P. T. Ho**, Notes on the uniqueness of Type II Yamabe metrics, NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl. **32** (2025), no. 5, Paper No. 81.

[10] —, Convergence rate of the weighted conformal mean curvature flow, Anal. Geom. Metr. Spaces **13** (2025), Issue 1, Paper No. 20250026.