今後の研究計画

林 拓磨

同変捻じれ D 加群の有理構造を追求する.

複素数体 $\mathbb{C}$ または有理数体の代数閉包 $\bar{\mathbb{Q}}$ 上定義された Harish-Chandra 対 $(\mathfrak{g}, K)$ に有理構造がある場合に**既約 $(\mathfrak{g}, K)$ 加群の有理構造やその定義体上の既約加群の分類を考える**のは自然な問題である. 特にコホモロジー誘導加群の場合は整数論とも関連する. このための 1 つの手法として同変捻じれ D 加群を考えるというやり方がある. (無限表指標が正則な,) **表現の圏と旗多様体上の同変準連接捻じれ D 加群の圏同値**が知られている (Beilinson–Bernstein 対応). これは標数 0 の代数閉体上で知られていた結果だが, 代数閉という条件は適切な定式化の下で外すことができる (プレプリント 2).

次に有理構造の研究手法について述べる. Loewy は**群 G の実有限次元既約表現の分類と自己準同型可除代数の決定方法**を与えた. Loewy によれば, G の実有限次元既約表現の同型類全体の集合と, G の複素有限次元既約表現の同型類の複素共役類の間に自然な全単射がある. また, G の複素有限次元既約表現 V に対して対応する実既約表現の自己準同型可除代数は, (自己共役な場合に) **指数**と呼ばれる V から定まる符号によって決定される.

Tits は標数 0 の体 F 上の連結簡約代数群 G に対して同様の分類理論を与えた. すなわち, G の有限次元既約表現の同型類全体の集合と, $\bar{F} \otimes_F G$ の有限次元既約表現の同型類の Galois 共役類の間に自然な全単射を Tits は与えた ($\bar{F}$ は F の代数閉包). また, $\bar{F} \otimes_F G$ の自己共役有限次元既約表現 V に対して対応する **G の既約表現の自己準同型可除代数 (の反対代数) を決定するような余輪体**を与えた (正確には余輪体自体は V の F 形式の存在に対する障害類として Borel–Tits によってその前に V を用いて記述する形で構成された). この余輪体を **Borel–Tits 余輪体**と呼ぶ. V が自己共役ではない場合は V の有理性の体と呼ばれる F の有限次拡大体 $F(V)$ を考えることで自己共役な場合に帰着することができる. この結果は**アファイン群概型に対して自然に一般化**することができ, これは上述の Loewy の結果の (G が有限な場合の) 自然な一般化になっている. このとき **Borel–Tits 余輪体が指数の一般化**に相当する.

私は論文 1 において Loewy, Borel–Tits, Tits らの結果が成り立つような**圏論的枠組みを整備した**. 私は**論文 1 で与えた枠組みが同変連接捻じれ D 加群に対して適用できることを証明する**. これにより, 同変捻じれ D 加群の有理構造を研究するうえで解くべき問題を定める. すなわち, **Galois 作用と Borel–Tits 輪体の計算が研究すべきことだということを明らかにする**. また, 旗多様体の場合の具体的な計算を進める.