

(2) 今後の研究計画

今井 広紀

【研究の背景】オービフォルドを余剰次元とする高次元時空中のゲージ理論は、素粒子の標準模型を超える理論の候補のひとつとして研究されてきた。一般に、オービフォルド上における場の境界条件の選び方により、低次元時空中で実現される低エネルギー有効理論は豊富なパターンをもつ。たとえば、 $U(1)$ 背景ゲージ場をもつ T^2/\mathbb{Z}_2 上のカイラルフェルミオンは、その境界条件に応じて 16 パターンをもつことが知られている [1]。

オービフォルドを余剰次元とする高次元時空中で非可換ゲージ理論を考えると、境界条件の選び方により 4 次元時空中で実現される有効理論のパターンが一般に異なる。しかし、一見異なる境界条件データであっても、大域的ゲージ変換の下で同値になる場合が知られている。この同値類の網羅的かつ完全な分類は長らくなされていなかったが、近年 T^2/\mathbb{Z}_n ($n = 2, 3, 4, 6$) 上の $SU(N)$ ゲージ理論・ $SO(N)$ ゲージ理論についての完全な分類がなされた [2]。オービフォルド固定点上で物質場への作用のトレースは不変量となっており、従来のアプローチと異なり発見的にならず、系統的に分類することが可能となった。

一方、これらの解析はゲージ場の接続が平坦な場合（すなわち「場の強さ」が 0 の場合）に限定されていた。一方、高次元ゲージ理論が 't Hooft flux をもつ場合、ゲージ群のランクの破れ方に新たなパターンが生じることが指摘されている [3]。また、オービフォルドのランクの破れも非自明なパターンをもち、両者が融合することで豊富な構造をもつことが予想される。また、これらの状況において、オービフォルド固定点上のトレースが不変量になっているかどうかも非自明である。

【研究目的】オービフォルド T^2/\mathbb{Z}_n ($n = 2, 3, 4, 6$) 上のゲージ理論が 't Hooft flux をもつ場合に、ゲージ同値類を完全に分類する。

【研究の意義】この研究では、将来の素粒子現象論的模型構築・弦の現象論の研究の際に有用なフレームワークを提供することを目指す。従来のアプローチでは、場合分けによる発見的手法を用いた分類がなされており、充分な分類がされているかどうかは不明瞭である。近年、オービフォルド固定点上でトレースを取ることで、物理的に起こりえる可能性を網羅できることがわかった [2]。この研究を 't Hooft flux 付きのオービフォルド [3] に応用し、新たな分類を行うとともにこのトレースを取る手法がどの程度強力かを探る。また、オービフォルド上のモジュライ空間をゲージ同値で分類する問題は数学的にも興味深く、もし 't Hooft flux を組み合わせることで非自明な結果が得られれば数学側に新しい知見をもたらすことが期待される。

【研究内容】本研究計画では、 $su(N)$ を Lie 代数とする 6 次元時空 $\mathbb{R}^{1,3} \times T^2/\mathbb{Z}_n$ ($n = 2, 3, 4, 6$) 上の Yang-Mills 理論を考え、 \mathbb{Z}_m に値を取る 't Hooft twist 境界条件の下での境界条件データの同値類の完全分類を行う。't Hooft twist ならびにオービフォルドはゲージ群のランクを破ることが知られており [3]、それらが両立する場合にゲージ群がどのように破れるかのパターンを分類する。

【研究方法】

研究 1：まず、既存の手法が有効であることを確認するために以下の研究を行う。オービフォルド固定点へ 't Hooft flux が局在しない場合を考える。まず、境界条件を twist の部分と非可換ゲージ群の部分に分割する。 $K = \gcd(N, m)$ とすると、境界条件データは 't Hooft flux による twist 部分と $SU(K)$ Wilson line 部分に分かれる [3]。後者に対し、論文 [2] で与えられた処方箋に従い固定点でのトレースを取ることで境界条件データのゲージ同値類を分類する。

研究 2：次に、オービフォルド固定点への 't Hooft flux の局在も考慮した一般的な場合を考える。この場合にも固定点でトレースを取り、境界条件データのゲージ同値類の分類を試みる。この場合は固定点により局在の強さが異なる場合を含んでおり、境界条件の twist が Wilson line 部分と分割可能とは限らない。特別な場合として研究 1 の結果を再現することを確認しながら研究を進める。

[1] T-h. Abe, et. al., JHEP01 2014 (2014) 065

[2] K. Takeuchi, T. Inagaki, PTEP 2024 (2024) 3, 033B03, PTEP 2024 (2024) 6, 063B04, PTEP 2025 (2025) 4, 043B03,

[3] G. von Gersdorff, Nucl. Phys. B 793 (2008) 192–210