

(2) これまでの研究成果のまとめ

今井 広紀

素粒子標準模型のクォーク・レプトン構造を幾何的に解明するため、コンパクト化された余剰次元をもつ高次元理論の研究が精力的になされてきた。たとえば、クォーク・レプトンが3つのコピーをもつという事実は世代数問題と呼ばれ、これを説明するモデルとして余剰次元上の背景磁束が考えられてきた。余剰次元空間上の背景磁束は余剰次元の周期性から量子化を受け、Dirac 演算子の指数を計算することによりカイラルゼロモード数と結びつく。このような数学的背景から、世代数を余剰次元空間のカイラルゼロモード数と同定し、トポロジカルに保護された不変量であるというシナリオが考案されていた。また、オービフォールドを余剰次元として扱おうと、シンプルな設定から複雑な構造を構成できることが知られ、質量生成に関する複雑なパラメータ構造を記述する候補として研究が盛んにおこなわれている。

オービフォールドは多様体に有限群作用の下での同一視を課した空間である。特に二重周期性をもつ平面（トーラス） T^2 を離散回転群 \mathbb{Z}_N ($N = 2, 3, 4, 6$) で割った T^2/\mathbb{Z}_N を考えると、孤立した円錐型特異点を複数個もつ図形が構成される。たとえば、 $N = 2$ の場合は下図のように、座布団カバー状の概念図で表される。

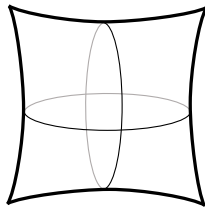


図 1: T^2/\mathbb{Z}_2 の概形。四隅が円錐型特異点である。

まず、我々は論文 [1] において、一様磁束のかかった T^2/\mathbb{Z}_N ($N = 2, 3, 4, 6$) においてモード関数を構成し、藤川の方法（カイラルアノマリーの計算法）を参考に $N = 2$ の場合の指数定理を示した。また、 $N = 3, 4, 6$ の場合にも、仮定をひとつ置いた状況の下で指数定理が成り立つことを示した。指数定理はカイラルゼロモード数（世代数と同定）と余剰次元上のトポロジカル不変量を結びつけ、指数には従来考えられてきた背景磁束以外に円錐型特異点における巻き付き数が寄与することを明らかにした。

次に、我々は論文 [2] において、 $N = 2$ の場合に湯川結合を構成可能なパターンを完全に分類し、そのトポロジカル構造を明らかにした。論文 [1] より、同じカイラルゼロモード数を与えるパターンは、円錐型特異点における巻き付き数で分類されることがわかった。そこで左手型フェルミオンと右手型フェルミオンを独立に導入したとき、高エネルギー模型として健全とみなせるための下記3つの作業仮説を3つ要求し、整合性を検査した：

- (1) 左手型フェルミオンと、右手型フェルミオンとでカイラルゼロモード数は等しい
- (2) 両フェルミオン間に湯川相互作用を摂動的に導入可能である
- (3) 湯川結合を通じて両フェルミオン間に結合する媒介場が存在可能である

これらを要求した結果、左手型フェルミオンだけが巻き付き数をもつ特異点と、右手型フェルミオンだけが巻き付き数をもつ特異点とが共存する場合（下図）、(1)~(3) を同時に満たすことはできず、高エネルギー模型として不適合であることが判明した。従来の高エネルギー模型構築の指針と異なり、必要最低限の情報だけを現象論的データとして要求し、その情報のみで制限を得ることに成功した。例えば、世代数が3であるという情報すらこの解析には不要であった。

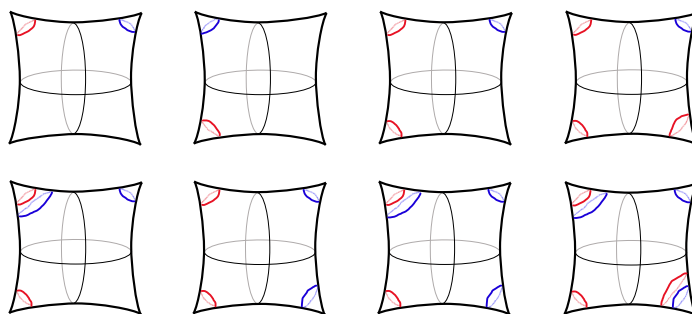


図 2: 高エネルギー模型として不適合な一様磁束付き T^2/\mathbb{Z}_2 模型。赤：左手型フェルミオンの巻き付き 青：右手型フェルミオンの巻き付き