

これまでの研究概要

研究の背景

カンドルは Joye (1982) と Matveev (1982) によって結び目の不変量として独立に導入された代数系である。その代数構造は群の共役演算の抽象化とも考えられ、近年では結び目理論だけでなく Hopf 代数など様々な観点から研究されている。特に、対称空間はその点対称によってカンドルとなり、カンドルの代数構造に対して重要な幾何学的な視点を与える。

群に代表されるように、代数構造の研究には有限、連続、そして離散の順に研究が深化する流れがある。有限カンドルは結び目理論を中心に近年盛んに研究されている。また、位相構造、より強く微分構造を持つカンドルは、対称空間やその一般化として古くから研究されている。この自然な流れを汲んで、離散カンドル、つまり高々可算集合上のカンドル構造を、幾何学的な立場から研究してきた。

研究目的

結び目に定義される基本カンドルは、結び目の弱同値類を決定するほど強力な不変量となる。しかし、基本カンドルは生成系と関係式で表現される抽象的な対象であり、さらに多くの場合は可算無限集合になる。このような離散カンドルの解析は一般に困難である。また、カンドルの代数構造は複雑であり、具体的に構造が解明されている例は多くない。一般に、抽象的なカンドルを区別することも多くの場合には困難である。そこで、幾何学的視点から、離散カンドルやカンドルに対する不変量を構成することを目的として研究してきた。

これまでの研究結果

これまでの研究で以下のような結果を得られた。

- ① 絡み目のある族の双曲構造、特に双曲体積の公式を具体的に記述した(論文[1])
- ② 結び目と相性の良い 3 次元双曲幾何の観点から離散カンドルを構成した(論文[2])、
- ③ リーマン対称空間の性質から、カンドルにオイラー標数を定義した(論文[3])、
- ④ 幾何学的群論を参考にカンドルにグラフ構造と距離を定義した(論文[4])、
- ⑤ 有向グラスマン多様体を用いたカンドル拡大を構成した(発表予定論文[5])、
- ⑥ 任意の有限カンドルを含むカンドルを構成した(発表予定論文[6])、
- ⑦ 絡み目を用いたカンドルの埋め込み不可能性の判定法を与えた(発表予定論文[7])。

さらに、今後のさらなる展望として、これまでの研究で得られた具体的なカンドルや不変量を、結び目や対称空間を中心に応用を見出すことを目標としている。