最近の研究成果

金信 泰造

2025 年 12 月 9 日

1　2 次元リボン結び目の群の間のメリディアンを保つ全射準同型

2 次元結び目とは 4 次元空間内の球面の埋め込みである．とくに，リボン特異点集合のみをもつ 3 次元球面のはめ込みである 3 次元リボン球体の境界となっているような 2 次元結び目を 2 次元リボン結び目という．リボン特異点の最小個数を 2 次元リボン結び目のリボン交差数という．また，2 次元リボン結び目は，ある数 r に対して，自明な $r+1$ 成分の絡み目を r 本の 1 次元ハンドルをつないで構成されるが，r の最小数を 2 次元リボン結び目のフュージョン数という．

3 次元内の古典的結び目について，ペリフェラル構造を保つ結び目の群の間の全射準同型の研究が進められている．2 次元リボン結び目に対して同様の研究をおこなった．すなわち，2 つのリボン結び目の群の間のメリディアンを保つ全射準同型の存在，非存在を調べた．

リボン交差数が 4 までの 2 次元リボン結び目は安田智之により数え上られ，金信がそれらを分類した．ただし，そのうちの 2 個が同型か同型でないか判定がついていない (結び目群も同型)．このうちの 1 個を除くと，リボン交点数が 4 以下のフュージョン数が 1 の 2 次元リボン結び目は 121 個ある．

これらの 2 次元リボン結び目の群からなる 14520 組について，メリディアンを保つ全射準同型の存在，非存在を調べた．まず，Alexander 多項式，$\mathrm{SL}(n, \mathbb{F})$ 表現 ($n = 2, 3$, $\mathbb{F}$ は有限体)，ねじれ Alexander 多項式を利用しメリディアンを保つ全射準同型をもたない組を除いて 34 組まで絞った．そのうちの 2 組について，交換子部分群の考察からもたないことを証明した．残った，32 組のうち，実際に 27 組に対して全射準同型を構成したが，あとの 5 組 (鏡像を除くと，実質的に 3 組) は不明という結果であった．

この研究は，角俊雄氏 (九州大学) との共同研究である．

2　小さなスパンの結び目の Jones 多項式

スパンが 4 以下の結び目の Jones 多項式を決定した．また，スパンが 5，6 の結び目の Jones 多項式の候補となるものを決定した．多項式のスパンとは最大次数と最小次数の差のことである．証明には Jones と Lickorish-Millett による Jones 多項式の評価式を用いる．スパンが 7 以上については，これらの評価式を満たす多項式が無限に存在することを示した．

この研究は，岸本健吾 (大阪工業大学)，角俊雄氏 (九州大学) との共同研究である．