

これまでの研究成果（勝田 篤）

これまでの研究はリーマン幾何学，スペクトル幾何学，力学系であるが，近年は表現論，可積分系等にも興味を持っている．

- (1) **リーマン多様体の族に関する収束定理** 大域リーマン幾何学は 1950 年ごろから，本格的な研究が始まったが，1970 年代までは標準球面等個別のリーマン多様体と比較するという研究が主流であったが，1970 年代後半から Gromov により「ある種のリーマン多様体全体」を Gromov-Hausdorff 距離を基礎として，調べるという観点が導入された．初期の中心的結果の一つである Gromov の収束定理について，その証明が当時理解されていない状況であった．その詳細な証明を与えた．これは深谷賢治による崩壊理論をはじめとするその後の発展の一つのきっかけを与えたと考えている．
- (2) **双曲力学系の素軌道の分布（アーベル拡大）** 砂田利一による「幾何学における数論的方法」による研究を指針として，双曲力学系の素閉軌道に関する研究を進めた．記号力学系やその熱力学的定式化と結びつき，最終的には数論的結果の直接的アナロジーを超えた無限アーベル群に関する密度定理（砂田と共著）が得られた．
- (3) **グラフのスペクトル幾何学** グラフのスペクトル幾何学に関し，浦川肇と Faber-Krahn 不等式の離散版，藤井弘信と等スペクトルグラフの構成についての共同研究を行った．
- (4) **境界付きリーマン多様体に関するスペクトル逆問題** この逆問題は Gel'fand が 1954 年の ICM で述べた「境界付きリーマン多様体に対し，スペクトルデータ（その上のラプラシアンの一ノイマン境界値の下での固有値および固有関数の境界値）から元の多様体を再構成せよ」というものである．これは Belishev-Kurylev により，境界制御法を用いて解決されていた．しかし，この種の問題を現実的な状況で考えると，上記のスペクトルデータは，部分的かつ誤差を含むものしか得られないことが多く，その安定性を考える必要があった．最終的に Anderson, Kurylev, Lassas, Taylor との共同研究による成果がまとまった．
- (5) **リーマン多様体の等長変換群** 「非正リッチ曲率を持つコンパクトリーマン多様体の等長変換群の次元は元の多様体の次元以下で等号成立は，多様体が平坦トーラスであることが必要十分であり，またより強く，リッチ曲率が負の場合は有限群である」という Bochner の古典的結果に対し，その安定性（中村拓也との共著）や，後者の条件下での等長変換群の具体的評価およびその拡張（小林武史と共著）について院生との共同研究を行った．前者については当初の予想よりかなり強い結果が得られた．
- (6) **離散べき零群に関する Floquet-Bloch 理論** 上記 (2) で得られた結果の非可換化について長年考察している．2000 年頃手がかりを得たが，技術的困難に直面していた．ようやく近年になり離散べき零群に対する結果がまとまった．従来から困難とされている非 I 型離散群の表現論とその Malcev 完備化である Lie 群の表現論を結び付け，また超局所解析を用いられてきた漸近展開公式の表現論的別証明により適用範囲の拡張等の新規的な議論に基づくものとなっている．