

今後の研究計画

菊地 健吾

研究テーマ 「非摂動的場の理論解析の新技术法：テンソルネットワークと超対称量子力学の差分化」

研究計画 本研究は、場の量子論における非摂動的解析手法の新展開を目的とし、テンソルネットワークを用いた非エルミート型場の理論の解析と、新しい差分化超対称量子力学の構築という2つのアプローチを統合的に進めるものである。非エルミート型場の理論は、PT 対称性 (Parity-Time 対称性) を通じて物理的に実効的な体系を記述できることが知られているが、従来の数値計算手法では符号問題に阻まれて研究が進んでいない。一方で、超対称量子力学は場の量子論や弦理論の基礎的研究に重要であるが、離散化によって超対称性が破れてしまう困難が存在する。本研究は、これらの課題に対して新しい定式化の枠組みを提示する。

1. GILT-TNR を用いた非エルミート型場の理論の解析

非エルミート型理論をテンソルネットワークの枠組みで定式化し、非摂動的解析を行う。通常の場の量子論は実固有値を持つためにエルミート作用素を前提とする。しかしながら、ハミルトニアンが非エルミートであっても、PT 対称性を備えた系は、実固有値を持ち、物理的に意味のある記述を与えることが近年の研究で明らかになってきた。近年注目を浴びているこの非エルミート型理論を、テンソルネットワークのもとで定式化し、解析を行う。ここではテンソルネットワークの手法の一種である GILT-TNR (Graph-Independent Local Truncation Tensor Network Renormalization) を用いる。この手法は、グラフの形に依らない定式化で汎用性が高く、局所的に不要な成分を削除しつつ正確に繰り込みを進めることができる。従来の TNR 手法 (HOTRG, Loop-TNR) に比べて数値安定性と精度に優れている。具体的に非エルミート型場の量子論の一つである $-g \phi^4$ 理論に適用し、その相構造を調べる。

2. 新しい差分化超対称量子力学の構築

超対称性はボソンとフェルミオンの対称性を表す強力な枠組みであるが、理論を離散化すると超対称性が破れてしまうことが知られている。この問題は格子場の理論や数値解析における重要な障害である。超対称性を保持したまま差分化を行う定式化の開発は、未解決の重要課題である。本研究では、円周 S^1 上の離散化を導入し、超対称性を保持する差分化を行う。その妥当性は Witten 指数 (零エネルギー状態の数を与える位相的不変量) の計算を通じて確認する。これにより、従来困難であった「差分化で超対称性が破れる」という問題を克服する新しい定式化を与える。さらに、トポロジカル項を入れると理論がどう変わるか検証する。これらの定式化は量子計算アルゴリズムへの応用(超対称性理論のシミュレーションなど)を見据えている。

本研究が達せられ、新たな非摂動的解析手法が確立することは、場の量子論の数学的な定式化、及び具体的な諸問題に対する多角的な検証が進むという意味で物理的に大変意義がある。