小脇 修和

応募者はこれまで、トロピカル超平面配置を用いてグラスマン多様体のトーリック退化を特徴づける研究に取り組んできた。この研究を発展させ、今後はトロピカル超平面配置を他の分野、例えば無限可積分系の観点から理解・記述することを目指す。トロピカル幾何は代数幾何・可積分系・最適化理論などの複数の領域と接点を持つため、これらの分野を結ぶ新たな統一的視点を与える可能性がある。

また、博士課程で得た主な成果は Gr(3,n)（すなわち 2 次元トロピカル超平面配置）に関するものであったが、今後はこれを Gr(4,n)に拡張し、3 次元以上のトロピカル超平面配置の構造について明らかにしたい。そのための第一歩として、古典的超平面配置論で中心的な役割を果たす特性多項式の概念を、トロピカル超平面配置にも適用・拡張できるかを検討する。

特に、2 次元のトロピカル超平面配置では自然な形で特性多項式が定義できるが、それが一般の場合において、元となる古典的超平面配置の特性多項式と一致するかどうかは未解明である。この関係を明らかにすることは、トロピカル化の過程でどの情報が保持され、どの情報が失われるかを理解する上で重要である。仮に一致しない場合、その差異がどのような条件のもとで生じるかを特徴づけることを目指す。

この問題は、Kapranov の定理などを通じて古典的代数幾何とトロピカル幾何が密接に関係していることを踏まえると、古典的超平面配置のもつ情報がトロピカル超平面配置にどの程度「遺伝」するのかを検証する試みでもある。この方向から、トロピカル幾何と古典幾何の間の情報対応をより明確化したい。

さらに、マッチングフィールドやそれに対応する多面体の構造にも注目している。マッチングフィールドに対応する多面体はマトロイド多面体に類似した性質をもち、マッチングフィールド自体もトロピカル線形代数におけるマトロイド的な構造を有している。マトロイドが超平面配置と深い関係をもつことを踏まえると、マッチングフィールド対応多面体から通常の意味での超平面配置を構成し、それがトロピカル超平面配置と対応関係をもつかどうかを探ることは自然である。

このように、トロピカル幾何、超平面配置、マトロイド理論、可積分系といった複数の数理領域の交差点に立つ問題群を横断的に扱うことで、トロピカル超平面配置の新たな数理構造を明らかにし、応用数理的視点からも再構築することを目指している。