

今後の研究計画

劉 暁静

これからも「古典的不等式の精密化とその非線形楕円型方程式への応用の研究」という研究題目のもとに具体的には以下の課題を中心に研究を行う予定であります。

- 1、準線形楕円型作用素の関する境界まで込めた測度値の「Kato の不等式」の研究
- 2、重み付き Hardy 型不等式の研究
- 3、重み付き有界変動関数空間における CNK 型不等式の精密化と対称性の崩れの研究
(可能であれば、その以外に Non-doubling な重み付きの Rellich 不等式の研究と Non-doubling な重み付きの Hardy-Rellich 型不等式の研究をします。)

課題1について： 現在まで境界内部の Kato の不等式について研究を行ってきましたが、これからは境界を含めた Kato の不等式に関する問題を含めて研究します。

本研究におけるクラス X (u がクラス X に属するとは、 u が $W^{1,1}$ に属し、かつ境界まで込めた C^1 関数空間上の連続線形汎関数と見なせる事である。) を考えれば、 Δu^+ が意味を持つという事を中心に境界まで込めて加藤の不等式を考察しました。この結果を踏まえ $1 < p$ の場合に準線形楕円型作用素に理論を完全に拡張したいと考えています。

課題2について： 本研究における重み付き Hardy 型不等式の研究とは境界からの距離を重みとする精密化された Hardy 型不等式の研究である。この研究では Brezis-Marcus(1997) で取り扱われた Δ に関する Hardy 型不等式を一般な重み付きの Δp に関する Hardy 型不等式に拡張したい。また、それらの不等式の最良定数も研究したいと思っています。

課題3について：本研究における CKN 型不等式とは、パラメータを含む古典的な重み付きハーディ不等式と重み付きソボレフ型不等式を統一する不等式で、重み関数として「原点からの距離の全ての冪」が許容され、パラメータの値により冪を非臨界と臨界に分けることで新しい視点から古典不等式を統一的に扱うことができます (c.f.[数学、第 68 巻第 1 号 2016 年 1 月冬季号]、堀内利郎 著)。これまでの研究で $p > 1$ の場合には最良定数を実現する解の存在、最良定数のパラメータに関する連続性、対称性の崩れ等が組織的に解明されました。また臨界の場合には右辺が対数項を含む異なる形の不等式となることが解明されています。これらを踏まえて、茨城大学堀内利郎教授との間で「非臨界で $p=1$ の不等式と同値な BV 空間(有界変動関数空間)に置ける変分問題の解の存在と対称性の崩れの共同研究」を予定しています。特に、対称性の崩れが起こる範囲を可能な限り定量的に解明したい。一方、 $p > 1$ の場合には線形化法がある程度有効であったので、この方面の研究も進める予定があります。特に、BV 空間を用いる解析は非線形の場合にはまだ余りなく、この分野の先駆けとなると考えています。