(2) 今後の研究計画

真瀬 真樹子

(i) 研究目的・意義

本研究の目的は複素代数的 $K3$ 曲面 (以下では特に断らない限り, 単に $K3$ 曲面) の代数幾何学的, 数論幾何的な特徴を理解することである. $K3$ 曲面の代数幾何学的研究は古典的には特異点理論, 自己同型群, 代数曲線論, 近年では数理物理の分野など多岐に渡り深く関連している. $K3$ 曲面とそれに作用するシンプレクティック自己同型の組に対して, ある格子を調べることが必要になる. それと同時に, $K3$ 曲面のトポロジー的性質や, 関係する超幾何関数, モノドロミーを理解することが問題の解決のための鍵となると考えている. 本研究の課題は以下の通りである:

研究課題

1. シンプレクティック自己同型を持つ $K3$ 曲面について.
2. $K3$ 曲面族のミラー対称性について.
3. 重み付き平面の 2 重被覆構造について.
4. 非シンプレクティック自己同型を持つ $K3$ 曲面について.
5. 点付き曲線の Weierstrass 半群と $K3$ 曲面について.

(ii) 研究内容

<u>課題 1</u>　$K3$ 曲面 X が有限シンプレクティック自己同型群 G を持つとき, X/G の特異点解消により得られる $K3$ 曲面 Y に付随する格子を $L := L_G$ とする. 本研究では L を含む最小の原始部分格子 $\tilde{L}$ が一意的に定まるかどうかを決定する. 格子の discriminant group を調べることにより判定を行う.

<u>課題 2</u>　今まで得られた $K3$ 曲面族の格子の双対性が, 田邊晋氏による “transpose 双対性” や N. Yui 氏によるモジュラー形式により記述されるミラー対称性を持つかどうか, について研究する.

<u>課題 3</u>　重み付き射影平面 $\mathbb{P}$ 上の因子 D であり, $2D$ が Cartier ならば, $2D$ を分岐因子とする 2 重被覆 $X \to \mathbb{P}$ が存在し, X は $\mathrm{Proj}(\mathcal{O}_{\mathbb{P}} \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}}(D))$ と表示することができる. このような 2 重被覆を用いてできる多様体 X 上の代数曲線について Weierstrass 半群を決定し, その代数幾何的な構造を理解することを目指す.

<u>課題 4</u>　(新潟大学の高橋剛氏との共同研究) A.M.Uludağ 氏により分類された, $K3$-orbifold と呼ばれる, 組 $(\mathbb{P}^2, B)$ (ただし B は平面曲線) が存在する. 本研究では, 各 $K3$-orbifold を実現する複素 $K3$ 曲面 X とそれに作用する有限群 G を具体的に与えることを目指す.

<u>課題 5</u>　(神奈川工科大学の米田二良氏との共同研究) 本課題では, どんな特徴を持つ Weierstrass 半群を実現する点付き曲線が $K3$ 曲面上に存在するかどうか, という問題と, 有理曲面の 3 重被覆として得られる $K3$ 曲面上の代数曲線により実現される Weierstrass 半群の特徴について考察したい.

(iii) 研究の展望

本研究によって, $K3$ 曲面の幾何について, 代数学的, 及び, 数論的な性質を理解することが可能であると期待している. 更に, 射影的でない $K3$ 曲面について, その自己同型群や周期の研究につなげていきたい.