

今後の研究計画

松井宏樹

本研究の目的は、ローレンツ量子重力の経路積分に内在する数理解造を、複素解析的手法および漸近解析の観点から厳密に定式化し、時空の特異点解消や宇宙創生といった量子重力の根源的問題を「複素幾何学的な問題」として再構築することである。とりわけ、一般相対論を含む重力理論を対象として、Resurgence 理論および Picard–Lefschetz 理論に基づく非摂動的解析を展開し、量子重力において物理的に許容される時空構造とその遷移振幅を統一的に理解することを目指す。具体的には、以下の二つの研究テーマを推進する。

1. Resurgence 理論を用いた量子重力の非摂動的構造と特異点解析

量子重力の経路積分は一般に発散を伴い、その鞍点構造は極めて複雑である。本テーマでは、Picard–Lefschetz 理論による複素勾配流 (Complex gradient flow) と Resurgence 理論によるボレル総和法を駆使し、非摂動的な量子重力効果を厳密に評価する手法を確立する。申請者は先行研究において、一様等方宇宙モデルの経路積分にこれら手法を適用し、Vilenkin のトンネル仮説が非摂動的な複素鞍点の寄与として自然に導かれることを明らかにした [6]。これは、従来の「宇宙の波動関数の境界条件の選択」という物理的要請を「複素経路積分の選択」という数学的要請へと置換する試みである。本計画では、この手法を異方性を持つ Bianchi 時空や、カオスの挙動を伴う時空へと拡張する。特に、複雑な複素位相空間における鞍点間のストークス現象 (Stokes phenomena) を解析することで、一様等方な時空構造が選択される数理的必然性を解明する。さらに、ブラックホール時空の経路積分における特異点の複素化と情報損失パラドックスの問題に対し、経路積分の鞍点構造を完全 Resurgence の枠組みで記述することで、量子重力理論の観点からこれらの問題の数理的な理解と解決を目指す。

2. ローレンツ量子重力の数理的定式化と整合性の解析

本研究では、時空の量子論的性質をローレンツ量子重力の経路積分に基づいて系統的に解明する。申請者はこれまで、宇宙の波動関数や遷移振幅をローレンツ経路積分により解析し、複素鞍点の寄与や積分経路の選択が量子宇宙論の物理的解釈を本質的に左右することを示してきた。本研究では、この枠組みを高次元重力理論や braneworld 模型へと発展させ、宇宙創生、特異点問題、さらにはホログラフィー・エントロピーの問題を複素化された時空幾何に基づくローレンツ経路積分の立場から再検討する。特に重要なのは、どのような複素鞍点が物理的に意味を持ち、実際に量子論的振幅へ寄与するのかを明らかにすることである。Jackiw–Teitelboim 重力における先行研究では、通常は寄与しないと考えられていたワームホール型の鞍点が、解析接続や積分経路の選択のもとで半古典的に重要な役割を果たし得ることが示唆されている。本研究では、この知見をローレンツ経路積分の立場から再検討し、複素鞍点の構造、Stokes 現象、物理的な解釈との関係を系統的に解析することで、量子宇宙論の整合的な定式化を与えることを目指す。さらに本研究では、量子宇宙論とホログラフィー・エントロピーの関係にも注目する。braneworld 模型においては、宇宙論的地平線のエントロピーは単純な面積公式のみでは一般に記述できず、作用の変分原理や経路積分との整合的理解が不可欠となる。そこで、Wald 型エントロピー、ホログラフィック・エンタングルメント・エントロピーの関係を再検討し、宇宙の生成確率やエントロピーなどの基本量を、ローレンツ量子重力の枠組みの中で明らかにする。以上により、本研究は、量子宇宙論の数理的基盤を強化するとともに、ローレンツ量子重力の新たな理論的展開を切り拓くことを目指す。