

これまでの研究成果のまとめ¹

松井宏樹

現代宇宙論における根源的な問いである宇宙創生や時空の特異点問題を数学的・物理的に厳密に解明するべく、申請者はこれまで、主に量子重力理論に基づく宇宙論創生モデルの構築と、その経路積分の厳密な評価に関する理論的研究を行ってきた。以下にその主要な成果をまとめる。

量子重力の経路積分定式化に基づく宇宙創生モデルの厳密な評価

宇宙がいかにして創生したのかという問いに対し、時空の存在しない「無」から量子効果によって宇宙が創生されたとする「量子宇宙創生」の仮説が有力視されている。これを記述する代表的な枠組みとして、Stephen Hawking と James Hartle による無境界仮説（1983年）が知られている。従来、この仮説は Euclid 計量を経路とする量子重力の経路積分で定式化されてきたが、作用が正定値でないことや積分経路の選択の曖昧さなど、理論の正当性をめぐる議論が長年続いていた。近年、時間を実のまま保持した Lorentz 時空を基盤とする、より厳密な経路積分の定式化が注目されている。申請者はこの Lorentz 型経路積分法に基づき、無境界仮説および Alexander Vilenkin によるトンネル仮説の妥当性を第一原理から再検討した [6]。従来の手法では避けられなかった理論的曖昧さに対し、申請者は Resurgence 理論や Picard-Lefschetz 理論といった数学的手法を導入することで、経路積分の評価に伴う曖昧性を厳密に解消した。その結果、宇宙の波動関数が無境界仮説ではなくトンネル仮説が予言するものと一致することを示し、量子宇宙創生に関する長年の理論的論争に対して明確な結論を与えた [6]。さらに、均質かつ等方的な背景における線形摂動の宇宙の波動関数を解析し、量子宇宙創生において一様等方な時空の実現が確率的に困難であることも明らかにした [5, 13]。この他にも、Picard-Lefschetz 理論を応用した量子トンネル効果の研究 [16]、DeWitt 境界条件の経路積分定式化 [11]、および Jackiw-Teitelboim 重力や Hořava-Lifshitz 重力に基づく無境界仮説の定式化 [3, 8] 等の研究を展開した。

量子重力理論による初期宇宙およびブラックホール内部の特異点問題の解明

量子重力理論の観点から、初期宇宙およびブラックホール内部における特異点問題の再検討を行った [14, 15, 2]。初期宇宙の特異点に関しては、DeWitt 境界条件（特異点で波動関数がゼロとなる条件）の妥当性を検証した。一般相対性理論の枠組みでは、テンソル摂動を考慮すると、この条件下で時空の波動関数が摂動論的に破綻することを示した [15]。一方、Hořava-Lifshitz 重力理論においては当該問題が解決され、安定な DeWitt 波動関数が得られること、特に異方性スケーリング極限において厳密な解析解が得られることを明らかにした [14, 15]。また、静的な球対称ブラックホール内部は Kantowski-Sachs 計量で記述できる均質異方宇宙と見なせることに着目し、この系の Wheeler-DeWitt 方程式を構成した。量子効果の強度を制御するパラメータ（重力定数）を変化させて解析した結果、量子効果が強い領域では波動関数の波束が古典軌道から離れ、特異点回避を示唆する振る舞いを見せることを証明した [2]。さらに、内部時計を用いた解析により、量子効果が強いほど特異点形成までの時間が長くなることを示し、量子重力による特異点抑制の可能性を提示した [2]。以上の研究成果から、Wheeler-DeWitt 方程式に基づく量子重力理論が、宇宙初期とブラックホール内部という異なる特異点問題を共に緩和し得ることを明確に示した。

¹文献番号は別掲の「論文リスト」の通し番号と一致する。