

研究計画

松野 皐

Newman-Penrose 形式を用いた 3 次元概接触計量多様体の研究

背景・目的：2025 年に申請者は 3 次元リーマン多様体版の Newman-Penrose(NP) 形式を用いた 3 次元概接触計量多様体の周辺理論の再定式化を行った。当初は従来の方法のただの読み替えに過ぎず新しい知見は得られないと思っていたが、想定よりも定式化の見通しが良く、これまで未解明になっていた η -Einstein 多様体の分類問題をコンパクトかつ正規という条件下で解くことが出来た。NP 形式で分析することで従来の定式化より真に情報が増えることはないが情報の整理の仕方が変わり見通しが良くなったことが有利に働いたと考えられる。このことから NP 形式が 3 次元概接触計量多様体を調べる上で十分なポテンシャルを持っていることが分かった。そこで申請者は 3 次元概接触計量多様体のより多くの問題を NP 形式を用いて研究していきたいと考えている。3 次元概接触計量構造にはまだあまり理解されていない領域が残されている。また Ricci soliton との関連分野は現在でも盛んに研究されており、ここも NP 形式が威力を発揮できる領域であると考えている。

意義：申請者はこれまで接触幾何学の相対論への応用をメインテーマとして研究してきたが、NP 形式は相対論で生まれた手法であるから、3 次元概接触計量構造の分析にも有用であることが実証できれば、相対論の接触幾何学への応用という逆向きのテーマも有意義であることが分かる。これは数理相対論の知見としても意味のあることである。

方法：NP 形式には vectorial な方法と spinorial な方法がある。両者が与える情報量は通常そこまで変わらないが、spinorial な方法の方が特殊な状況ではやや豊富な情報を与え、また通常でも Ricci テンソルの Petrov type や Cotton-York テンソルによる共形構造の分類がやや扱いやすい側面がある。申請者の 2025 年の研究では vectorial な方法で行ったが、今後は spinorial な方法に切り替えて 3 次元概接触計量構造の性質を調べて行くことを考えている。

Robinson 時空の新しい Einstein 系の厳密解

背景・目的：これまで申請者は接触多様体の一般相対論への応用をテーマとして研究してきたが、その際に 3 次元接触多様体に時間を直積して時空を作り、その時空の性質を研究する方針を取り、dust 流体、スピノル場、電磁場を物質とする Einstein 系の厳密解を構成することができた。申請者は 3 次元接触多様体を使って 4 次元時空を構成する自然な方法が時間を直積することだと思っていたが、実はもう一つ自然な構成が可能で、それが null 直線を直積することである。この構成できる時空は Robinson 時空と呼ばれ、CR 幾何学の Lorentz 幾何や相対論への応用において利用されてきた。石原・古池・古崎・森澤らは単純な Robinson 時空を用いて、NG-string を物質とする Einstein 系を構成する研究を過去に行っている。本研究の目的は先の研究の例を可能な限り一般化し、Robinson 時空を用いて NG-string を物質とする Einstein 系を構成する方法を与えることである。

意義：Robinson 時空はかなり多くの有名な Einstein 系の厳密解を特別な場合として含んでいるので多くの先行研究があるが接触幾何学と Einstein 系との関連性の観点から研究されたことはほとんどなかったように思われる。また NG-string と Robinson 時空との関連も指摘されたことなかった。Robinson 時空の新しい Einstein 系との関連を開拓できれば、数理相対論において意味のある結果となる。