成瀬　弘

これまでの研究成果のまとめ

[1] ワイル群とヘッケ環の表現論と W-graph の計算

C_n 型ワイル群の表現について，対称関数を用いて既約指標を母関数の形で表現し，A 型の場合の指標値の Murnaghan–Nakayama の公式や次元のフック公式の類似を導いた (文献 [23])．また，対称群 S_n の既約表現を，Kazhdan–Lusztig の W-graph として，$n = 7$ の場合に具体的に全て構成した (文献 [21])．1990 年代前半に，一般的な計算のアルゴリズムを見出した．当時，奈良女子大の落合・加古両氏は，結び目の不変量の計算のために S_n の W-graph の具体形を計算機で探索したが，$n = 14$ で $\lambda = (44321)$ の場合 (48,048 次元) に，彼らの方法では見つけられず，依頼により，大型計算機での１週間程度の計算結果を，彼らにデータ提供した．彼らはそのデータを解析して経験的なアルゴリズムを開発した[1] が，不完全で $n = 16$ では機能しなかった．私は最近になって，当時の C 言語プログラムを使用して，パソコンで，n=16 で $\lambda = (44422)$ の場合 (171,600 次元) の W-graph を計算し，重複度 5 の辺の存在を確認した．

[2] 古典型 Lie 群の旗多様体の同変シューベルト基底の構成

知られている B,C,D 型の Billey–Haiman のシューベルト多項式を，同変コホモロジーの基底になるように変数を増やして新しく定義し，その基本的性質を調べた (文献 [19])．さらに，B,C,D 型のグラスマン多様体の同変 K-理論でのシューベルト基底にあたるシューアの P-,Q-関数の K-理論類似を定義してその基本性質を調べた (文献 [17])．また，退化跡の視点からこれらの多項式を再構成し，パッフィアン公式が自然に導かれることを示した (文献 [11],[7])．一方，Fomin–Kirillov の id-Coxeter 代数の手法を用いることで，これらの多項式を含む古典型の２重 Grothendieck 多項式を代数的に構成した (文献 [12])．

[3] シューアの P-,Q-関数，Hall–Littlewood 関数の一般化

シューアの P-,Q-関数が，無限次元古典群のループ空間のコホモロジー基底と見なせることを，一般コホモロジーの場合に拡張した．また，それらの factorial 版を定義して，コホモロジーや K-理論での性質と同様の vanishing や GKM 条件の類似を満たす事を示した（文献 [13]）．Pragacz が Hall–Littlewood 関数を Gysim map で構成した方法を一般コホモロジーへの拡張を行い，Schur 関数の同変版も同様の手法で一般化した（文献 [10]）．また，その母関数表示を代数的に導くことも行った（文献 [9]）．通常コホモロジーで知られている Darondeau–Pragacz の公式を，一般コホモロジーの場合に拡張した（文献 [6]）．Hall–Littlweood 関数の同変版にあたるものを一般コホモロジーで定義して，その基本的な性質を調べた（文献 [4]）．

[4] 同変コホモロジーを利用したフック公式の証明とその拡張

グラスマン多様体の同変コホモロジーの局所化の漸化式を使うと歪ヤング図形の標準盤の個数を求める新しいフック公式が得られることに気づき，2014 年のオーストリアでの組合せ論の集会で発表した．その後，K-理論でも同様の手法で Peterson–Proctor のフック公式を skew diagram に一般化した公式を証明した (文献 [8])．さらに，旗多様体のシューベルト・セルの Chern–Schwartz–MacPherson 類を使うと，仲田の色付きフック公式が幾何学的に導かれることがわかった (文献 [2])．また，そこで用いた捻れ群環を使って，代数的に Coxeter 群の場合に一般化して無限群の場合も仲田のフック公式とその一般化が証明できた (文献 [3])．また，その K-理論版を作るべくシューベルト・セルの motivic Chern 類に対する Chevalley 公式を作った（文献 [1]）．これらの研究では，Weyl 群の左からの作用で定まる，左 Demazure–Lusztig 作用素が重要な役割を果たすので，これを論文としてまとめた (文献 [5])．

---

[1] H.Ochiai-F.Kako (1995) "Computational construction of W-graphs of Hecke algebra H(q,n) for n up to 15", Experimental Math. 4(1), 61–67.