これまでの研究成果のまとめ

修士課程のときに, 代数幾何学を専門に選びました. 代数幾何学は代数多様体という扱いやすいクラスの図形を専門的に研究する分野です. しかしながら, 近年ではその考え方や手法, 枠組みが各方面に応用されており, 数学のあらゆる場面に通じる分野でもあります。さらに枠組みだけではなく, 同時に具体的な問題に応用されることも頻繁にあります. これは本質的な計算が最終的に代数多様体の問題に帰着されるという事がよくあるからです. 実際, 代数幾何が応用される例は数論や表現論, 可積分系など純粋数学だけでも枚挙に暇がありませんが, さらに数理物理や統計学など広範囲にわたり, 代数多様体そのものが非常に重要な研究対象であると認識されています.

わたしはこの代数多様体のなかでも, さらに特殊なクラスである箙(えびら)表現のモジュライ空間, とくに箙多様体について研究しています. これは行列軌道のパラメータ空間というシンプルな図形です. それにも関わらず, 専門分野を横断するミステリアスな未解明問題に取り組むための強力なツールとして, 世界中の研究者を惹きつけています. さらに代数多様体の典型例として代数幾何のエッセンスが詰め込まれているため, このモジュライ空間に対して確立された研究手法は多くの図形に対して容易に一般化されます. そのため, 箙表現のモジュライ空間についての一連の研究は, 今後の可能性を大きく秘めた魅力的な分野を形成しています.

この分野の中で, これまでにモジュライ空間の壁越え現象というテーマに沿って研究を行いました. 最近では, この壁越え現象と超幾何函数の変換公式との関係に着目し, 精密な対応を与えました. 具体的には業績リストの論文 13 において行った白石潤一氏との共同研究になります. 分配函数についてのこれまでの研究を白石氏の組織するセミナーで話し, 可積分系や表現論, 数理物理的な観点を教わる機会を得ました. 現在も継続中の共同研究の中でアフィン A 型ロウモン分配函数の体系的な理解を動機とし, K 理論的壁越え公式をまとめました. 特に応用として K 理論版の A_1 型ロウモン分配函数の函数等式を導出し, 梶原変換公式に幾何学的な別証明を与えました. K 理論の場合に特徴的なのは分配函数そのものではなく, 分配函数に q ボレル変換を施したものが多重超幾何級数となり変換公式を満たすことです. このことから壁越え公式を用いて q 差分方程式を導出できるのではないか, という期待を持っています. 一般のアフィン A 型ロウモン分配函数については白石氏の計算を基に, 示すべき関数等式を予想としてまとめました.

超幾何函数は現代数学における中心的諸概念の動機であり, それらを理解するための基礎となる正に典型例であります. この超幾何函数について先人が集積した膨大な研究業績をさらに活用するための端緒にしたいと思います.