

今後の研究計画（大仁田 義裕）

部分多様体の微分幾何と調和写像論における対称性と安定性・モジュライの研究を集中的かつ広汎に展開することを目指す。

等径部分多様体に関連した部分多様体の幾何学. ガウス, リーマンに始まるユークリッド空間内の曲線・曲面論の高次元への一般化であるリーマン多様体の部分多様体の理論は, 微分幾何学の主幹をなす. 定曲率空間形を始めとする対称空間の部分多様体の幾何学は, 伝統と歴史ある豊かで重要な学問分野である. 部分多様体は等長変換群のリー部分群の軌道として得られるとき, 等質であると呼ばれる. とくに近年, 対称空間およびそれに付随した有限次元および無限次元等質空間 (例えば, R 空間, 一般旗多様体や k -対称空間, ループ群や無限次元グラスマン模型, Kac-Moody 群や Kac-Moody 対称空間など) の幾何構造やそれに関わる部分多様体や調和写像の理論が高度に進歩している. Elie Cartan によって最初に組織的に分類問題が研究された等径超曲面の概念も, 現在では, 一般余次元及び無限次元の「等径部分多様体」に拡張・一般化されて研究されている. 等径部分多様体およびその焦部分多様体は, 高度な対称性をもつ美しい部分多様体であり, 基本的かつ興味の尽きない幾何学対象である. 対称空間における部分多様体の幾何学において等径部分多様体論の観点から, 異なるタイプの部分多様体の理論の間の関係を探索して, 新たな性質・具体例や分類定理を見出すことは大変興味深い.

調和写像と関連する可積分系の研究. リーマン面やローレンツ面から対称空間への調和写像方程式は, スペクトル変数をもつ零曲率表示を常にもつという事実は現在よく知られている. これは, 写像の調和性と空間の対称性の極めて美しい適合である. この事実により, 調和写像方程式は可積分系としての扱いが可能となり, K. Uhlenbeck (JDG1989) は最初の重要な論文を著した. そのような調和写像に対して, 無限次元ループ群作用, 無限次元 Weierstrass 型公式 (DPW 公式), ゲージ理論的方程式, モジュライ空間の構造等の研究がなされてきた (Guest-Ohnita [21] 等). リーマン面からの調和写像の研究を, 一般次元複素多様体からの多重調和写像に拡張することは興味深く, リーマン面からの調和写像を研究する際にも多重調和写像の概念は有用である (Ohnita-Valli [18] 等). 無限次元グラスマン模型に基礎をおくループ群論による調和写像の可積分系構造の理論はまだ十分開拓されてはいない. 最近では, 海外研究者らが, 無限次元グラスマン模型上で有限ユニオン数をもつ調和写像の構造研究に進展を与えており, 本研究計画ではそれを超える理論構築を目指す. また, トーラス面から 3次元標準球面への調和写像に関する N. J. Hitchin の理論 (JDG1990) に鼓舞されて, 大仁田らは 2000 年前後にリーマン面からコンパクトなリー群・対称空間への調和写像方程式をリーマン面上でゲージ理論的定式化された方程式 (Yang-Mills-Higgs 方程式) の解のモジュライ空間の構造や幾何を論じた (M. Mukai-Hidano, Y. Ohnita [32] 等). この研究対象は, 最近, 海外の研究者らによる関連研究 (Higgs 束のモジュライ空間の微分幾何への応用) も活発になっており, Higgs 束による調和写像の一層の研究に取り組む.

引き続き, 上記の研究計画を, 関係の海外研究者の招へいや海外研究グループへの訪問滞在を含めて, 大阪公立大学数学研究所の拠点機能を活用して国内外の他の研究機関との連携を構築しつつ推進, 数学研究所の発展に尽力する.