# （２）今後の研究計画

大野走馬

## 研究計画の背景

既に「現在までの研究の背景」で述べたように、実キリングスピノールを持つ多様体上でスピン 3/2 Rarita-Schwinger 場(以下 RS 場)を調べることは重要である。実キリングスピノールを持つ多様体は正のスカラー曲率を持つアインシュタイン多様体であり、C. Bär によって分類されていて、佐々木-アインシュタイン多様体、3-佐々木多様体、nearly Kähler 多様体、nearly parallel $G_2$ 多様体のいずれかである。査読付き論文[1]、[2]において nearly Kähler 多様体、nearly parallel $G_2$ 多様体上の RS 場は解明されている。残った佐々木-アインシュタイン多様体、3-佐々木多様体上で RS 場を調べることは、非常に興味深い。

## 研究計画

(1) 佐々木-アインシュタイン多様体上でスピン 3/2 Rarita-Schwinger 場を調べる

最近、U. Semmelmann 氏、C. Wang 氏、M.-Y. Wang 氏らによって佐々木-アインシュタイン多様体の線形安定性についての結果が得られた。アインシュタイン構造の線形安定は、全スカラー曲率というリーマン汎関数の TT 方向への第二変分が負になるとして定義される概念である。さて、彼らの結果は、ベッチ数がある条件を満たすときに佐々木-アインシュタイン多様体が線形不安定になるというものである。手法としては、佐々木多様体上の「よい接続」に対する Laplacian と Levi-Civita 接続に対する Laplacian の差を計算し、調和形式を書き換えることによって線形不安定を確かめるというものである。私はこの枠組みを RS 作用素にも応用し、RS 場をより扱いやすいテンソル量として表現することで、存在・次元依存性・変形論との関係を解析したい。現在、5 次元佐々木-アインシュタイン多様体の場合について具体計算を進めている。

(2) 3-佐々木多様体上でスピン 3/2 Rarita-Schwinger 場を調べる

3–佐々木多様体は佐々木–アインシュタイン多様体の特別な場合である。また、3–佐々木多様体上には佐々木多様体上にはない「良い接続」が存在する。従って(1)の議論を発展させ、追加対称性を利用した RS 場場の具体的記述と計算可能な判定法の確立を目指す。

(3) リーマン錐構造によるスピン 3/2 Rarita-Schwinger 場の統一的構成

研究計画の第三の柱として、リーマン錐構造を通じて、実キリングスピノールを持つ多様体上で RS 場を統一的に記述する枠組みの構築を目指す。具体的には、多様体$M$上の RS 作用素とリーマン錐$\bar{M}$上の RS 作用素の明示的な関係式を構築し、RS 場の構成・解析をより統一的かつ可積分な幾何学の枠内に置き直すことを試みる。このアプローチは、個別の多様体ごとに RS 場を構成する従来の手法とは異なり、実キリングスピノールを持つ多様体全体に共通する構成と作用素の理論的統一を目指す点で、幾何学的にも物理的にも新たな展開をもたらすと期待される。

昨年度、ドイツのシュトゥットガルト大学に 3 週間ほど滞在し、U. Semmelmann 氏とこれらの研究について議論を交わした。引き続き、継続的に議論を行いながら研究を発展させる予定である。

(4) 冪零多様体上でスピン 3/2（左不変）Rarita-Schwinger 場を調べる

最近、G. Bazzoni 氏、L. Martin-Merchan 氏、V. Munoz 氏によって、冪零多様体上の調和スピノール及び Dirac 作用素の固有値について調べられた。彼らは、左不変スピノールに作用する Dirac 作用素がきれいな形で書けること、及び次元ごとに分類されている具体的な冪零多様体に対して個別に計算する方法を取っている。この手法は RS 作用素にも応用できると考えている。さらに将来的には、様々なリー群上の（左不変）RS 場を調べることができると期待している。