

(2) これまでの研究成果のまとめ

大野走馬

以下の主要論文3編の背景および概要について述べる。

主要論文1 : S. Ohno. *Rarita-Schwinger fields on nearly parallel G_2 -manifolds*.

主要論文2 : S. Ohno, T. Tomihisa. *Rarita-Schwinger fields on nearly Kähler manifolds*.

主要論文3 : Y. Homma, N. Imada, and S. Ohno. *Higher spin Killing spinors in 3-dimensional manifolds*.

現在までの研究の背景

従来のスピン幾何学では、スピン束 $S_{1/2}$ 上の Dirac 作用素及び関連した特殊なスピノールについての研究が主であった。特に Dirac 作用素のカーネルの元である調和スピノールや、キリングベクトル場のスピノール版であるキリングスピノールは重要なトピックである。最近、Dirac 作用素及び調和スピノールの類似とも言えるスピン $k/2$ (k は自然数) スピン束 $S_{k/2}$ 上の Rarita-Schwinger (以下 RS) 作用素、RS 場についても盛んに研究されている。調和スピノールの存在・非存在が曲率で制御される一方、RS 場の存在・非存在は多様体の幾何構造や次元に依存する。そこで、「RS 場をどのような幾何構造を持つ多様体上で解明できるか？」という問いが生まれる。キリングスピノールを持つ多様体は、この問いの答えとなる面白いクラスの一つである。

また、キリングスピノールが重要であるにも関わらず、その高次スピン版は考えられていなかった。高次キリングスピノールを定式化し、その性質と存在を調べることは高次スピン幾何学として重要である。

現在までの研究業績の概要

(1) nearly parallel G_2 多様体上でスピン 3/2 Rarita-Schwinger 場を調べた (主要論文 1)

nearly parallel G_2 (以下 NPG_2) 多様体は、キリングスピノールを持つ多様体の一つであり、正のスカラー曲率を持つ 7 次元のアインシュタイン多様体である。私は「 NPG_2 多様体上の良い接続」に関するいくつかの公式を構築することによって、コンパクト NPG_2 多様体上で RS 場の空間と Laplacian のある固有空間の部分空間が同型であることを明らかにした。これにより、いくつかの NPG_2 多様体上に RS 場が存在しないことが分かった。一方、本間氏と U. Semmelmann 氏によれば多くの torsion-free な G_2 多様体上には RS 場が存在する。これは、同じ構造群を持つ多様体上でも RS 場の振る舞いが全く異なることを意味する。

(2) nearly Kähler 多様体上でスピン 3/2 Rarita-Schwinger 場を調べた (主要論文 2)

nearly Kähler (以下 NK) 多様体は、キリングスピノールを持つ多様体の一つである。特に正のスカラー曲率を持つアインシュタイン多様体である。(1) で述べた「 NPG_2 多様体上の良い接続」と似たような性質を持つ「良い接続」が NK 多様体上にも存在する。従って、私は NPG_2 多様体のときと同様に「NK 多様体上の良い接続」に関する公式を構築し、6 次元コンパクト NK 多様体上で RS 場の空間と調和 3 形式の空間が同型であることを明らかにした。 $S^3 \times S^3$ には、等質または非等質な NK 構造が入るが、これには 2 次元分の RS 場が存在する。一方、通常の計量を入れた場合には RS 場が存在しないことが分かる。これは、RS 場が位相だけでなく計量などにも依る初めての例であり、重要である。

(3) 3 次元スピン多様体上で高次キリングスピノールを調べた (主要論文 3)

キリングスピノールの重要な性質として、キリングスピノールを持つ多様体がアインシュタイン多様体になること、Dirac 作用素の固有値評価の等号を満たすスピノールとしてキリングスピノールが現れることなどがある。私はキリングスピノールの高次スピン版である「高次キリングスピノール」をスピン多様体上に導入し、その性質と存在を 3 次元多様体上で調べた。具体的には、①高次キリングスピノールを持つ 3 次元多様体はアインシュタイン (従って定曲率) 多様体になること、②RS 作用素の固有値評価の等号を満たすスピノールは高次キリングスピノールであること、③3 次元球面上に、高次キリングスピノールを具体的に構成したことである。