

(これからの研究, 岡 宏枝)

今後の研究は, 2025 年度に引き続き位相的計算理論を進展させる. 大別して 3 つの対象を考えている. (A) switching system (B) 非線形現象から生ずる時系列データとリザーバー・コンピューティング (C) 遺伝子制御ネットワーク結合力学系

(A) switching network とは, 生命科学に現れるネットワーク結合力学系に対し, そのなめらかな結合関数をステップ関数で置き換えたものをいう. このクラスは Leon Glass らによって提案されたものである. switching network とその特異摂動ネットワーク力学系については, その特長を活かした CM graph の簡便な計算法を改良することで, 位相的計算理論の枠組みを使い, switching network の特殊性を踏まえた大域的ダイナミクスにより効率的な記述方法を考える. (図.1). 2 要素について, 相空間におけるステップ型結合関数の不連続線の近傍の局所的な構造を分類することで, 比較的容易に CM graph の一般的な分類が実行でき, そのモース分解が switching system の非線型性をなめらかな関数に摂動したネットワーク結合力学系にも持続することを証明することに成功しており, 2024 年度に arXiv に上げた rook vector field では, 一般的な次元で定式化し, より具体的には 3 次元までの次元で詳しい議論をおこなっている. 昨年度諸事情によりあまり進展していないが, 引き続き改良を加え, 個別の network に対して, 計算機を用いて有用性を示す.

(B) ここでは, 方程式が与えられていず, 非線形現象から生ずる時系列などのデータに適用することを試みる. 力学系の時系列解析とは, 未知の力学系によって駆動されていると推測される非線形現象の実験や観測などから得られる時系列データを用いて, 元の未知の力学系の情報を取り出すことを指す. このような力学系の時系列解析は, 1970 年代に Ruelle の発想に始まり, Takens([1]), Sauer ら ([2]) により改良された. Takens 等の従来の時系列データによるアトラクタの埋め込みの方法と異なり, 位相的計算理論の枠組みを使い CM graph を得ることで, 時系列データから不安定なダイナミクスを含む大域的構造の情報を得ることが出来き, 応用上重要であると思われる.

また, この結果に基づいて, 実験などで得られたデータに適用可能な一般的で精度の高い時系列解析の定式化を考えていく. パーシステント・ホモロジーを用いて画像の時系列データから重要となる不変集合のデータとパラメータ依存性を収集する効率的な方法を提示する.

位相的計算理論の枠組みとは, 別に時系列などのデータを扱う方法として, 近年注目を集めているリザーバー・コンピューティングについて考察する. リザーバー・コンピューティングは回帰型ニューラルネットワークを用いた機械学習法の一つで, 時系列などのデータから背後にある力学系を推測し, 時系列予測や, 分岐現象の予測をするものであるが, 学習が極めて高速でコストがかからないため, 技術的なあるいは応用面の進展は目覚ましいが, その仕組みを力学系からの視点での研究は, 未だに少なく手をつけられたばかりである. 力学系的観点から見て, よく扱われるロジスティック写像やローレンツ系のパラメータ固定のデータから, その周りのパラメータに関する分岐が再現される現象は, 純粋に理論的に解明が望まれる. 特に, 原, 国府によって定式化された枠組みを力学系が微分同相写像でない場合に拡張することは興味もあり, 応用上も有意義と思われる.

(C) 生命科学に現れる遺伝子制御ネットワーク結合力学系は, 常微分方程式にいくつかの条件を課した多くの要素からなる大自由度力学系であり, そのダイナミクスを詳細に理解することは大変難しい. 特に同型の遺伝子制御ネットワークの結合系の同期現象の場合に精密化し, さらに力学系の位相的計算理論を用いて, 記号論的モデルを構築する.

参考文献

- [1] Takens, Detecting strange attractors in turbulence, Lecture Notes Math., No. 898, 1981, pp. 366-381, Springer.
- [2] T.Sauer, J.Yorke, M.Casdagli, Embedology, J. Stat. Phys. 65 (1991), 579-616.

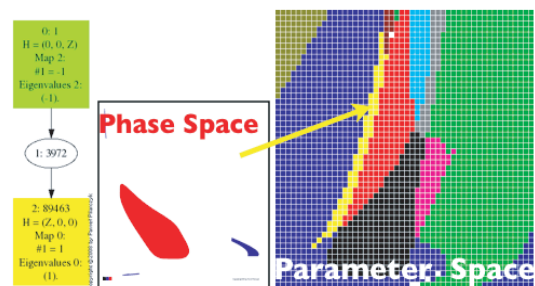


図 1: cmgraph の出力例