今後の研究計画

(1) 固有値問題に対する位相的手法，計算的手法の研究

空間多次元における反応拡散系などの解の安定性から生じる固有値問題に対する位相的手法の確立を目指す．申請者はこのような問題に対し，stability index 理論と呼ばれる位相的枠組みの拡張を行なっている．この枠組みをリーマン多様体上の反応拡散系の進行波に対して拡張することを試みる．また，この拡張に関連して，リーマン多様体の曲率などの幾何学的性質が進行波の安定性にどのような影響を与えるのかを詳しく調べる．この研究は，日本数学会応用数学研究奨励賞を受賞した曲面上のスポット解の運動の，進行波への拡張になっている．

また，無限次元 stability index を具体的に計算するには，進行方向以外のラプラス作用素や楕円型微分作用素を離散化し，有限次元近似を行う必要がある．この近似は空間離散化やガレルキン近似などで行うことになるが，この近似に依存してフレドホルム指数や stability index がズレてしまう．このような現象を捉えるために，離散化されたネットワーク上の楕円型微分作用素の性質を詳しく調べ，連続極限を取った際の指数の挙動を調べる．

(2) 非局所反応拡散方程式に関する安定性・分岐理論の研究

合成積などで記述される非局所項を持つ反応拡散方程式については，移流項や空間シフト項を含む反応拡散系で近似可能であることを示している．特に，合成積の奇関数成分が位相速度，群速度を発生することを示した．その結果，空間周期的進行波がチューリング分岐により発生することが明らかになっている．

この結果は，反応拡散系が持つ退化した分岐点の１つであるチューリング・ホップ分岐点を非局所反応拡散方程式が持ち得ないことを示唆している．このように反応拡散系が持っていた分岐構造のいくつかが，非局所反応拡散方程式で現れないことが反応拡散近似により示唆されている．したがって，どのような分岐構造が非局所反応拡散方程式に現れ得るかを反応拡散近似を用いて調べ，非局所反応拡散方程式と反応拡散系の関係性を明らかにする．また，分岐構造を調べるにあたり定常解の安定性についても，両方程式に関して対応関係があるかを調べる必要がある．そこで，反応拡散系で構成した無限次元 stability index を非局所反応拡散方程式の定常解へ拡張することを試みる．

(3) 数理生物・数理医療との融合研究

精細管内に現れる分化の波のセグメントパターンを，振動場反応拡散系の空間周期進行波解のダイナミクスで表す研究を行なっている．この研究を発展させ，時空間パターンを調べる位相的・計算的手法を開発する．特に，精細管の境界に現れるパターンは分化の波を記述するための重要な性質であることが明らかになってきているので，無限次元 stability index などの枠組みを応用し，境界条件とパターン形成の関係性を明らかにする．