

今後の研究計画

氏 名 山口 睦

今後は以下で述べる二つテーマを柱にして研究を続けてゆく。

(1) 亜群の表現論の基礎理論の整備と応用

Hopf algebra が付随する一般ホモロジー論の理論を亜群の表現論として再構築するための第一歩として論文リストの論文 [11] を著したが、この論文ではファイバー圏の概念を用いることによって亜群の表現の正しい定式化とそれに関連した「亜群の射による表現の引き戻し」、「正則表現」、「自明な表現」などの基本的な概念の定義が行えただけであった。その後、ファイバー圏の研究を進めることにより、論文 [15] で「左正則表現」、「右正則表現」、「左誘導表現」、「右誘導表現」がそれぞれ存在するための十分条件とそれらの構成法を与えた。一方、研究の過程で群の表現における「不動点」と「軌道」の概念を単純に亜群の表現の場合に一般化することができないことが判明したため、亜群の表現における「不動点」と「軌道」の概念に相当する概念はどうあるべきかについて深く考察する必要がある。このように、亜群の表現論の基礎理論の構築はまだ道半ばであるため、今後は以下で述べる具体的な亜群の表現の例や関連する問題について考えながら、亜群の表現論のあるべき姿について考えてゆく。

- ・ 「正則表現」の概念についての考察から亜群の表現のコホモロジーが定義できるための一般的な枠組みを確立して亜群の表現のコホモロジー論を展開する。例えば亜群の射 f が与えられたとき、亜群の表現のコホモロジーと f による誘導表現のコホモロジーの関係を調べる。
- ・ ユニポレントな亜群という概念を定義して、「Landweber のフィルトレーション定理」と呼ばれる、複素コホモロジー論に付随した Hopf algebra 上の余加群が「良い」部分余加群によるフィルトレーションもつという定理を一般の亜群の表現論の定理に拡張する。
- ・ 論文 [16] では Grothendieck site (\mathcal{C}, J) と \mathcal{C} から集合の圏への関手 F を用いて、微分圏の概念を一般化した「plots の圏」を定義した。この plots の圏を $\mathcal{P}_F(\mathcal{C}, J)$ とすれば、 $\mathcal{P}_F(\mathcal{C}, J)$ における“fibration”の概念は $\mathcal{P}_F(\mathcal{C}, J)$ における亜群の表現に他ならないので、 $\mathcal{P}_F(\mathcal{C}, J)$ は Hopf algebra とは異なる亜群の表現論を展開する場の例の一つである。 $\mathcal{P}_F(\mathcal{C}, J)$ における fibration についての考察から、一般の亜群の表現論の構築のための手がかりが得られることが期待される。

(2) 表現論の立場から Steenrod 代数上の非安定加群の理論の一般化と再構築

論文 [10] では Steenrod 作用素の monomial の “excess” から定義される Steenrod 代数のフィルトレーションがもつ九つの性質を示したが、これらの九つの性質のうち一つ目から五つ目の性質を満たすフィルトレーションが与えられた次数付き余可換な Hopf 代数を一般 Steenrod 代数と呼ぶ。このとき、Steenrod 代数上の非安定加群の概念が一般 Steenrod 代数上の非安定加群の概念に一般化される。一方、 A^* を体 K 上有限型の次数付き余可換な Hopf 代数とし、 A_* を A^* の双対 Hopf 代数とすると、 K 上の次数付き有限次元ベクトル空間 V^* の左 A^* -加群の構造 $\alpha : A^* \otimes_K V^* \rightarrow V^*$ に対して、“Milnor coaction” と呼ばれる V^* の右 A_* -余加群の構造 $\alpha' : V^* \rightarrow V^* \otimes_K A_*$ が定義され、 V^* を A_* で表現されるアファイン群スキーム (以下 G_{A_*} とする。) の表現と見なすことができる。ここで A^* が一般 Steenrod 代数であるとき、 A^* 上の非安定加群と同値な概念として G_{A_*} の非安定表現の概念が定義される。(論文 [14] 参照)

J. Lannes らにより Steenrod 代数上の非安定加群の理論が構築されたが、Steenrod 代数だけではなく例えば Steenrod 代数の部分代数や剰余代数などから得られる一般 Steenrod 代数上の非安定加群も含めた表現論として非安定加群の理論を構築することが本研究の目的である。具体的には、非安定表現のテンソル積の左随伴関手の存在を示して Lannes の T -関手の概念を拡張し、さらに誘導表現と T -関手の関係について調べたり、入射的非安定加群の分類について考えてゆく。