研究成果

吉岡礼治

近年の研究テーマのうち、ユニタリー行列模型に関係する研究について記述する。

• ユニタリー行列模型と Argyres-Douglas(AD) 理論

低エネルギーにおける超対称ゲージ理論には、AD 理論と呼ばれるラグランジアンが記述できない非自明なものが含まれ、これらはユニタリー行列模型によって記述されることが判明している。そこで、最も知られたユニタリー行列模型である Gross-Witten-Wadia(GWW) 模型を結合定数を 2 つ含むよう拡張し、考察した。ユニタリー行列模型では固有値が円周上に分布し、結合定数の値によって分布 (相) が異なる。このとき、相転移点における行列模型が AD 理論に対応しており、相構造の探求はゲージ理論の立場からも興味深い。そこで、最も簡単な場合ではあるが、拡張版の GWW 模型の相図について調べ、それを決定することに成功した。得られた相図が図 1 であり、大きく分けて 3 種類の相と 1 つの 3 重点を持つ。縦軸 λ 上に存在するのが GWW 模型であり、横軸 τ に対応する新たな結合定数を加えたことによって、新たな相 (2-gap 相) が出現することを明らかにした。特に図 1 の赤線上では、元の GWW 模型では現れない種類の AD 理論が出現することを示した [論文リスト 2]。

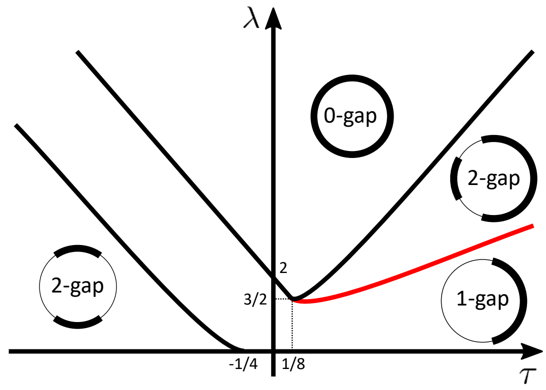

図 1: 相図。各相は固有値のない領域（gap）の数で分類でき、0-gap、1-gap、2-gap と名付けられている。各名称を囲んでいる円図は、固有値分布の様子を表す。3 重点 $(\tau, \lambda) = (1/8, 3/2)$ が存在する。

さらに結合定数の数を増やしていく一般化が可能である。この場合、解析はより困難となるが、相構造はポテンシャルの振る舞いを調べることで大まかには決定できる。これらの進展については近日発表予定である [論文リスト 1]。

• 2d/4d 対応と irregular 極限

2d/4d 対応では、2 次元共形場理論 (CFT) の共形ブロックと 4 次元 $su(n)$ 超対称ゲージ理論のインスタントン分配関数が等価であると主張される。

ゲージ理論側において、本来の 2d/4d 対応では物質場の数が $N_f = 2n$ であるとされるが、物質場の質量無限大極限において、物質場の自由度が decouple し、$N_f < 2n$ の理論へと移行する。CFT 側においては、これと対応するものは irregular 共形ブロックとして知られている。一方、元々の共形ブロックと等価な β 変形行列模型は、irregular 極限において、log 型ポテンシャルを持つユニタリー行列模型へと変形する。これまでの研究では $n = 2$ に限定されており、一般の n、即ち多行列模型における irregular 極限はほとんど注目されていなかった。そこで、一般の n への拡張を行い、$N_f = 2n - 1, 2n - 2$ への irregular 極限の手法を確立させた [論文リスト 5]。得られた $N_f = 2n - 2$ 模型において、ゲージ群の Dynkin 図に基づく最大離散対称性を実現する物質場の質量関係式を得た。この関係式により与えられるパラメター領域において、対応する Seiberg-Witten 曲線の縮退が最大化することを示した [論文リスト 4]。

上記の log 型ポテンシャル付きのユニタリー行列模型 ($n = 2$, $N_f = 2$, $\beta = 1$) では、適切な 2 重スケール極限におけるストリング方程式として、Painlevé II 方程式が現れる。この方程式の解は理論の自由エネルギーと関係する。この解における非摂動部分を調べ、その性質を明らかにした [論文リスト 3]。