

今後の研究計画

吉脇 理雄

吉脇は数理学分野において、代数学に区分される**多元環の表現論**と**位相的データ解析**への応用を専門としている。多元環は複素数体の拡張であり、その表現論とはベクトル空間への作用（表現）のなす圏を調べるものである。

位相的データ解析の主たる道具の一つに**パーシステントホモロジー**がある。データの”かたち”に着目したマルチスケールな解析手法であり、例えばガラスなど材料への応用で顕著な結果が得られている。パーシステントホモロジーはある多元環の表現であり、多元環の表現論はパーシステントホモロジーの理論部分を担っている。

もう一つの位相的データ解析の主たる道具は**Mapper**と呼ばれ、特異点を用いて物体の構造を表す**Reebグラフ**の変種である。例えばMapperは1細胞遺伝子発現データ解析、Reebグラフはコンピューターグラフィックスに用いられている。

(I) 多次元パーシステントホモロジーとノイズ安定性

従来のパーシステントホモロジーの理論は1パラメータに対するもので、代数的な困難さが原因で時空間といった2パラメータデータにそのままでは適用できない。複数のパラメータに基づいたものを多次元パーシステントホモロジーと呼ぶ。これもまたある多元環の表現である。**ノイズ安定性(ノイズに頑健であること)を中心に、多次元パーシステントホモロジーの研究**を行いたいと考えている。

従来のパーシステントホモロジーにおいてノイズ安定性が成り立つことはわかっている。そこで、2次元パーシステントホモロジーにおいてノイズ安定性を明らかにすることを目的として研究を行っている。その特徴は2次元で起きる代数的な困難さを多元環の表現論で研究されている**導来圏上の同値関手(導来同値関手)**を用いて突破することである。部分的な結果はすでに得られているが、これを全体に拡張にしたい。このためにはデータ解析上重要視されている**インターバル表現の研究を進める必要がある**と考えている(浅芝エスカラ中島らとの一連の共同研究をさらに進める)。

また、2次元パーシステントホモロジーのノイズ安定性に関して、物理学のアイデアに起因した**Bridgeland安定性条件**と呼ばれる**導来圏の特徴付け**を用いるという上記とは異なるアプローチを考えている。その結果とホモロジー的ミラー対称性を用いて、ReebグラフやMapperのノイズ安定性への波及させることを目指したい(**科研費基盤C「Bridgeland安定性条件の位相的データ解析への応用」**)。

(II) その他

- (1) 研究集会「位相的データ解析と表現論」を通して、パーシステントホモロジーと表現論、幾何学や機械学習などとのインタラクションを模索していきたい。特にデータ解析からのフィードバックとして、多元環の表現論として研究すべき対象(例:インターバル表現)を見つけていきたいと考えている。
- (2) JST 数学領域未解決問題ワークショップを通して、専門分野にこだわらず様々な未解決問題の解決に貢献していきたい。例えば大林岡山大学教授との共同研究や平木筑波大学助教らとの共同研究はこのワークショップでの議論が元である。前者はパーシステントホモロジーについてであるが、後者は情報系で国際会議報告集となっている。