

【今後の研究計画】

これまでの研究成果（曲面型および Tame 型における g 扇の稠密性、ヤコビ代数における有限性・Tame 性の同値性）を基盤として、今後は有限性・Tame 性・安定性条件を統合的に理解する理論の構築を目標に研究を進める。特に、以下の 3 つの課題に重点的に取り組む。

1. g -tame / E -tame / 表現 Tame の統一理論の発展（中心課題）

Haerizadeh–Y. (2025) により、有限次元ヤコビ代数において複数の有限性・Tame 性の同値性が確立された。今後はこれを基礎に、無限次元ヤコビ代数やより一般的な無限次元多元環への拡張を目指す。取り組む主な点は：

- (a) 無限次元多元環に対し、各 truncation の g 扇や E 不変量の振る舞いを解析する。特に、無限次元ヤコビ代数における有限性の判定条件を明確化する。
- (b) 表現のモジュライ空間の τ -regular component を用いて、 g ベクトル・ E 不変量・安定性条件の関係を整理し、各有限性や Tame 性の統一的な定義を与える。

また、この統一的枠組みを用いて、 τ -regular Brauer–Thrall II' 予想および stable Brauer–Thrall II' 予想の解決にもアプローチしたい。

2. 稠密な g 扇をもつクラスター代数の分類（例外型の解決）

曲面型 (Yurikusa, 2020) および Tame 型 (Plamondon–Y., 2023) で稠密性が確立しているが、例外型 (X_6 , $F_4^{(*,+)}$ 型など) については未解決である。この課題では、

- (a) Cambrian fan (Reading–Speyer, 2018) や拡張アフィンルート系 (Saito, 1985) を用いて例外型の g 扇の壁構造を明確にし、 g ベクトルの極限挙動を調べ、稠密性が成立する条件を判定する。
- (c) 曲面型や Tame 型との共通点と差異を幾何的に整理し、稠密な g 扇をもつクラスター代数の分類を完成させる。

3. 安定性条件・散乱図形・DT 理論との接点（中長期的課題）

クラスター代数は安定性条件、DT 理論、壁交差現象など数理物理と深く結びつく。特に g 扇は、安定性空間や散乱図形の一部と自然に対応する。ここでは、

- (a) g ベクトルの極限挙動を調べ、安定性空間や散乱図形の g 扇と対応しない部分の構造を解析する。
- (b) g 扇を通して、安定性条件と DT 理論の関係を与える。

これらを通じて、クラスター構造と安定性空間を統合する枠組みの構築を目指す。

以上の三つの課題を軸として、クラスター代数と多元環の表現論の統合的理解に向けた研究を計画的に進めたい。