百合草 寿哉

(2) これまでの研究成果のまとめと、今後の研究計画

【これまでの研究成果のまとめ】

私の研究は、クラスター代数と有限次元多元環の表現論に共通して現れる g ベクトルや g 扇（g-vector fan）に着目し、それらを通して両分野を統合的に理解することを目的としている。g ベクトルは、クラスター代数では散乱図形の壁構造や基底構成と密接に関係し、多元環の表現論では τ 傾理論によりねじれ対や安定性条件など様々な対象と自然に結びつく。私は、この共通言語としての g ベクトルに注目し、g 扇の幾何学的性質と有限性概念の関係を中心に研究を行ってきた。

■ 主な研究成果

1. 曲面型クラスター代数における g 扇の稠密性（Yurikusa, 2020）

曲面に付随するクラスター代数の g ベクトルとラミネーションの Shear 座標との対応を明確にし、デーンツイストを用いた幾何学的手法により g 扇が稠密となることを証明した。応用として、対応するヤコビ代数の台 τ 傾対の変異グラフが連結性であることを与えた。

2. 表現 Tame 型有限次元多元環における g 扇の稠密性（Plamondon–Y., 2023）

私は、曲面型で用いた幾何的アイデアに表現論的（圏論的）な解釈を与えることで、String 多元環や Brauer グラフ多元環を含む全ての表現 Tame 型有限次元多元環の g 扇が稠密になることを示した。具体的に、ラミネーションの分解の代わりに g ベクトルの標準分解を、デーンツイストの代わりに三角圏のシリンダーという操作を対応させ、g ベクトルの極限挙動を解析した。これは従来の Tame/Wild 分類に対し、g 扇の幾何構造による新たな分類軸を与えるものであり、表現論とクラスター代数の幾何構造の関係を強化する成果となった。

3. ヤコビ代数における有限性・Tame 性の統一（Haerizadeh–Y., 2025）

有限次元ヤコビ代数において、g 有限・E 有限・τ 傾有限・表現有限が同値であることを証明した。ここで得た同値性の一部、特に E 有限と τ 傾有限の同値性は、Demonet（2017）が一般の有限次元多元環に対して予想していたものであり、ヤコビ代数のクラスにおいてこの予想を解決した点に大きな意義がある。また、クラスター傾多元環についても、g-tame・E-tame・表現 Tame の同値性も示し、複数の有限性と Tame 性概念の統一的理解へとつなげた。

これらの成果はいずれも、g ベクトルや E 不変量といった共通の視点を通して、有限次元多元環の有限性や Tame 性の構造を理解するうえで重要な役割を果たしている。