

## 2023 年度大阪公立大学数学研究所 (OCAMI) 共同利用・共同研究

### 「関数不等式に関連した最小化問題について」

2024 年 3 月 7 日 (木)

大阪公立大学 杉本キャンパス 理学部 F 棟 4 階 中講究室 (F415)

- 13:30–14:40 町原秀二 (埼玉大学)
- 講演題目 Spherical derivative and Rellich inequality
- 講演概要 ユークリッド空間上の関数を極座標を用いて考察する。動径方向の偏微分と回転方向の偏微分を定義して、 $L^2$  内積における部分積分などを確認する。二階微分であるラプラシアンを動径ラプラシアンと回転ラプラシアン (ラプラス–ベルトラミ作用素) に分解する。 $L^2$  ノルムで測る標準的レリッヒの不等式を、今回は特に、回転ラプラシアンで表現して議論する。関数不等式の定数の最適性を求める。証明はレリッヒの等式や、球面調和関数分解などを用いる。本研究は埼玉大学 ベズニール氏、早稲田大学 小澤徹氏との共同研究である。
- 14:50–16:00 高津飛鳥 (東京都立大学)
- 講演題目 最適輸送問題が定める 2 つの距離構造
- 講演概要 最適輸送問題とは確率測度のなす空間上の最小化問題である。そして最小値は確率測度のなす空間に距離構造を定めることが知られている。この距離構造は豊富な応用を持ち、例えば対数ソボレフ不等式などの関数不等式を導く。そして関数不等式を導く際の重要な性質が距離構造の測地性である (文献 [4] 参照)。また、近年は機械学習への応用が著しいが、応用にあたり、計算コストの高さが問題になる。そこで計算コストを削減するために、ラドン変換を介した新たな距離構造が提案された (文献 [1,3] 参照)。ミシガン州立大学の北川潤氏との共著論文 [2] では、この距離構造について調べ、測地性を有さないことを示した。さらに、この距離構造を等長的に埋め込むことができる測地的距離構造を構築した。本講演ではこれらの距離構造の定義を説明し、応用としてどのような関数不等式が期待できるかについて述べる。
- 文献：
- [1] I. Deshpande, Y. Hu, R. Sun, A. Pyrros, N. Siddiqui, S. Koyejo, Z. Zhao, D. Forsyth, and A. G. Schwing, *Max-Sliced Wasserstein Distance and its use for GANs*, 2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2019, pp. 10640–10648.
- [2] J. Kitagawa and A. Takatsu, *Two new families of metrics via optimal transport and barycenter problems*, <https://arxiv.org/pdf/2311.15874.pdf>
- [3] J. Rabin, G. Peyré, J. Delon, and M. Bernot, *Wasserstein Barycenter and Its Application to Texture Mixing*, Scale Space and Variational Methods in Computer Vision, 2012, pp. 435–446.
- [4] C. Villani, *Optimal Transport: Old and New*, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, vol. 338, Springer-Verlag, Berlin, 2009.
- 16:10–17:20 小澤徹 (早稲田大学)
- 講演題目 ガリアルド・ニーレンバーグの不等式の熱半群による証明
- 講演概要 ガリアルド・ニーレンバーグの不等式とソボレフの不等式の熱半群による証明を与える。特に、ハーディーの不等式からソボレフの不等式が導かれる様子を説明する。本講演は武内太貴氏との共同研究に基づくものである。

---

組織者： 濱本直樹 (大阪公立大学), 高橋太 (大阪公立大学)

援助： 大阪公立大学数学研究所：文科省共同利用・共同研究拠点

「数学・理論物理の協働・共創による新たな国際的研究・教育拠点」JPMXP0619217849