Weighted polynomial approximation for exponential weights

Kentaro Itoh

2016 October 13
(Seminar on complex analysis in Osaka city university)

Abstract

$\mathbb{R}$ 上の多項式近似について考察する際に, 多項式は $|x| \to \infty$ において発散するため,

$$\lim_{|x|\to\infty} x^n w(x) = 0$$

となるような適当な「重み」を乗じて考える必要がある. このような $\mathbb{R}$ 上での重み付き多項式近似の理論の構築には特に 2 次元のポテンシャル論が深く関係しており, 多くの重要な命題はしばしば対数ポテンシャルの性質を用いて導かれてきた.

よく知られた問題として, 重み w と $1 \le p \le \infty$ に対し, $fw \in L^\infty(\mathbb{R})$ なる関数 f に対して ($p = \infty$ の場合は $|x| \to \infty$ のとき $fw \to 0$ も仮定する)

$$\lim_{n\to\infty} \|(f - P_n)w\|_{L^\infty(\mathbb{R})} = 0$$

をみたすような多項式の列 $\{P_n\}$ は存在するかというものがあるが, $\{P_n\}$ の存在がわかったとしても, 一般にそれを具体的な形で求めることは容易な問題ではない .

今回の講演では, 上記をみたすような具体的な多項式として. 重み w より定まる直交多項式系の Fourier 部分和より定まる de la Vallée Poussin 平均について, 及び平均をとる前の Fourier 部分和が直接に近似多項式となるような条件について論ずる. 時間が許せば, $\mathbb{R}$ 上の重み付き多項式近似の理論において重要な定理と $\mathbb{C}$ 上のポテンシャル論との関連などについても紹介する.