

研究計画

\mathfrak{g} をアフィン・リー環とする． \mathfrak{g} が非例外型の場合、 \mathfrak{g} に付随する Kirillov-Reshetikhin 結晶 (KR 結晶) のテンソル積 (のうち最高ウェイト・パスと呼ばれるもの) と 艦装配位 の間の Kerov-Kirillov-Reshetikhin 型全単射 (KKR 型全単射) の問題はすべて解決され、統一的な理解もされている [1, 3]．一方、 \mathfrak{g} が例外型の場合未解決な問題も残されている．特に \mathfrak{g} が捻じれのない non-simply-laced のアフィン・リー環の場合、例えば $\mathfrak{g} = G_2^{(1)}$ のとき、随伴 KR 結晶に対して KKR 型全単射 Φ の具体的な形は決定されていない．T. Scrimshaw は次の問題を提起した [3]．

Problem. Describe explicitly the map δ_θ for \mathfrak{g} of untwisted non-simply-laced affine type.

ここで δ_θ は全単射 Φ の構成要素を表す．この問題は 4 年前に出されているが、長い間未解決のままであった．この問題に対し、2019 年の後半で、 $\mathfrak{g} = G_2^{(1)}$ の随伴 KR 結晶の場合に δ_θ のアルゴリズムを手計算で発見的手法でほぼ明らかにし、2020 年度では、計算機実験でこのアルゴリズムを一部修正しながら、最終的にアルゴリズムの正しさを証明した．2021 年度の研究計画は、

- (1) 証明を論文に纏めること
- (2) 確立した KKR 型全単射の発展・深化を行うこと

になる．(2) の具体的な内容は次のとおりである．まず、艦装配位そのものに柏原結晶の構造が入ることが、これまでの研究で分かっている [2]． $\mathfrak{g} = G_2^{(1)}$ の随伴 KR 結晶に対しては、これまで KKR 型全単射が分かっていたなかったので、結晶構造は解明されていない．今回 KKR 型全単射を確立したので、これを足掛かりに艦装配位の柏原結晶の構造を解明することを目標とする．

参考文献

- [1] M. Okado, A. Schilling, and T. Scrimshaw, Rigged configuration bijection and proof of the $X = M$ conjecture for nonexceptional affine types, *J. Algebra* **516** (2018) 1–37.
- [2] A. Schilling, Crystal structure on rigged configurations, *Int. Math. Res. Not.* **2006** (2006) Art. ID 97376 1–27.
- [3] T. Scrimshaw, Uniform description of the rigged configuration bijection, arXiv:math/1703.08945v1.